



João Filipe Vinhas Nunes
Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

ANÁLISE LIMITE APLICADA AO ESTUDO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES DE ALVENARIA

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil

Orientador: Professor Doutor Mário Jorge Vicente da Silva

Júri:

Presidente: Doutor Válder José da Guia Lúcio
Arguente(s): Doutor Armando Sequeira Nunes Antão
Vogal(ais): Doutor Mário Jorge Vicente da Silva

Aos meus pais.

"Copyright"João Filipe Vinhas Nunes, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Resumo

Na última década a análise limite tem vindo a ser utilizada para a determinação da carga de colapso em estruturas de alvenaria com base em modelações bidimensionais (2D). O seu uso exige que se assumam alguns pressupostos: considerar o material isotrópico com comportamento perfeitamente plástico, obedecer à lei do fluxo associada sem endurecimento ou amolecimento, considerar o comportamento dúctil dos materiais e assumir a hipótese das pequenas deformações. Uma grande vantagem deste tipo de análise é o facto de requerer um número reduzido de propriedades dos materiais e com isso conseguir reproduzir informações importantes ao nível da carga de colapso e do mecanismo de colapso. Recentemente, verifica-se o desenvolvimento de modelações tridimensionais (3D), que permitem obter uma maior precisão dos resultados e também uma análise com carregamentos no e fora do plano da parede. É neste conceito que se insere o presente trabalho, utilizando-se uma modelação tridimensional para reproduzir os ensaios experimentais.

São analisados três diferentes tipos de ensaios com carregamento no plano da parede e um ensaio com carregamento fora do plano. Os ensaios são reproduzidos segundo uma micro-modelação simplificada tridimensional (3D). A construção dos modelos foi realizada através da interface gráfica do software *ANSYS*, em seguida determina-se a carga de colapso com recurso ao software *SUBLIM3d*, que tem por base de formulação o teorema cinemático da análise limite. O software auxiliar *ParaView* permite a visualização dos resultados, o mecanismo de colapso e a dissipação plástica.

O comportamento da alvenaria é controlado pelas propriedades mecânicas dos seus constituintes (tijolo e argamassa). Para a caracterização das propriedades dos materiais constituintes, recorre-se a valores defendidos por diversos autores. É feita uma análise comparativa entre os valores da carga de colapso obtidos numericamente, e, sobretudo, com os valores da carga de colapso obtidos através de ensaios experimentais.

Para os materiais constituintes da alvenaria considerou-se o critério de cedência *Mohr-Coulomb*.

Abstract

During the last decade the limit analysis has been used for determining the collapse load of masonry structures, based on two-dimensional (2D) modeling. Its use requires some assumptions: consider the isotropic material exhibits perfect plasticity, it obeys an associated flow rule without strain hardening or softening, consider the ductile behavior of materials and assume the hypothesis of small deformations. A major advantage of this type of analysis is the fact that it requires a reduced number of material properties and is therefore able to provide important information about the collapse load and collapse mechanism. Recently the development of three-dimensional (3D) modeling has been noticed, allowing both a greater accuracy of these results and an analyze of in-and out-of-plane loaded masonry. The present project approached this concept, using a three-dimensional (3D) modeling to reproduce the experimental tests.

Three different types of tests with loading in-the-plane and one loading out-of-plane are studied. The tests are conducted according to a simplified three dimensional (3D) micro-modeling. The construction of models was performed through the graphical user interface of the software *ANSYS*, and then the *SUBLIM3d*, which has its formulation based on the kinematic theorem of limit analysis, is used to determine the collapse load. The auxiliary software *ParaView* allows visualization of the results, collapse mechanism and plastic dissipation.

The behavior of the masonry is controlled by the mechanical properties of its constituents (brick and mortar). To characterize the properties of constituent materials, values exposed by several authors are used. This is followed by a comparative analysis of the numerical values of the collapse load obtained between themselves, and especially with the value of the collapse experimental load obtained from the experimental tests.

The *Morh-Coulomb* yielding criterion was chosen for the materials of the masonry.

Palavras Chave

Alvenaria

Micro-modelação 3D

Análise Limite

Teorema Cinemático

Elementos Finitos

SUBLIM3d

Keywords

Masonry

Micro-model 3D

Limit Analysis

Kinematic (Upper Bound) Theorem

Finite Elements

SUBLIM3d

Agradecimentos

Dedico este espaço a todos os que deram um contributo directo ou indirecto para que esta dissertação fosse realizada aos quais eu gostaria de expressar o meu agradecimento.

Em primeiro gostaria de agradecer aos meus pais pelos princípios que me inculcaram, carinho, paciência, apoio psicológico e financeiro, que sempre me disponibilizaram, permitindo tornar-me na pessoa que sou hoje.

Um agradecimento especial ao meu orientador científico, o Professor Mário Vicente da Silva pela forma como me orientou no trabalho e por tudo o que me ensinou ao longo destes meses. A sua linha de orientação foi sempre muito clara, permitindo que o trabalho fosse desenvolvido a um bom ritmo e cumprindo todos os objectivos estabelecidos para esta dissertação. Agradeço acima de tudo a enorme disponibilidade e incentivo que sempre demonstrou e sem a qual o trabalho teria sido mais demorado.

Quero agradecer à minha família toda, em especial aos meus irmãos e aos meus avós, pelo apoio sempre demonstrado.

Queria agradecer aos meus amigos e colegas de estudo, Roland, Mamede, Amaral, João, Filipe e Joana por toda a entajuda e camaradagem vivida dentro desta faculdade e fora dela.

A todos os meus amigos de infância, João Nabais, João Vidinha, Rui Lopes, Mário Lourenço, Luís Figueiredo, Joana Costa e Susana Ferreira e ao grupo todo pelas inúmeras horas de descontração e divertimento que me proporcionaram, sendo essenciais para encarar este desafio sempre com boa disposição.

Queria agradecer ao Professor Doutor P.B. Lourenço, docente na Universidade do Minho, por me ter atenciosamente facultado dados experimentais para a realização de gráficos utilizados nesta dissertação.

Sem todos vós, este trabalho não seria possível.

Aqui expresso o meu simples, mas muito sincero agradecimento.

Muito Obrigado!

Índice

Resumo	iii
Abstract	v
Palavras Chave	vii
Keywords	vii
Agradecimentos	ix
Lista de figuras	xv
Lista de tabelas	xix
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objectivo	3
1.3 Metodologia	3
1.4 Considerações Genéricas sobre Alvenarias	4
1.5 Notação	5
1.6 Organização do Documento	6

2	Fundamentos Teóricos	9
2.1	Introdução	9
2.2	Hipóteses Simplificativas	10
2.3	Conceitos da Teoria da Plasticidade	10
2.4	Escoamento Plástico	13
2.5	Dilatância	16
2.6	Descontinuidades no campo das velocidades	17
2.7	Critérios de Cedência	17
2.7.1	Critério de <i>Morh-Coulomb</i>	18
2.7.2	Critério de <i>Tresca</i>	19
2.8	Análise Limite	19
2.8.1	Teorema Cinemático ou da Região Superior	22
2.8.2	Teorema Estático ou da Região Inferior	22
2.8.3	Teorema da Unicidade	22
3	Ensaaios Experimentais	23
3.1	Introdução	23
3.2	Parede ao corte sem abertura JD	24
3.3	Parede ao corte com abertura JG	25
3.4	Ensaio em viga parede VP	26
3.5	Ensaio parede de alvenaria com colapso fora do plano FP	27
4	Modelação	31
4.1	Introdução	31

4.2	Estratégia de modelação	32
4.2.1	Modos de ruptura	35
4.2.2	Software utilizado na modelação	36
4.3	Considerações Adoptadas na Modelação	39
4.3.1	Critério de Cedência	39
4.3.2	Peso próprio da alvenaria	41
4.3.3	Influência da Dilatância	42
4.4	Propriedades dos Materiais	42
4.4.1	Descrição das propriedades referentes aos ensaios no plano da parede, Parede ao Corte, com e sem abertura e Viga Parede (JD JG e VP)	44
4.4.1.1	Propriedades dos materiais baseadas nos dados de Lourenço [18]	44
4.4.1.2	Propriedades dos materiais baseadas nos dados de Sutcliffe <i>et al.</i> [30]	46
4.4.1.3	Propriedades dos materiais baseadas nos dados de Attard <i>et al.</i> [4]	47
4.4.2	Descrição das propriedades referentes ao ensaio com colapso Fora do Plano (FP)	47
4.5	Apresentação das Propriedades	48
4.6	Modelação dos Ensaio Experimentais	50
4.6.1	Modelação da parede ao corte sem abertura	50
4.6.2	Modelação da parede ao corte com abertura	51
4.6.3	Modelação da viga parede	52
4.6.4	Modelação das paredes de alvenaria com colapso fora do plano	54

5	Apresentação e Discussão de Resultados	57
5.1	Introdução	57
5.2	Parede ao Corte sem abertura JD	58
5.2.1	J4D e J5D	58
5.2.2	J6D	61
5.2.3	J7D	64
5.2.4	Considerações Finais sobre os Ensaios JD	66
5.3	Parede ao Corte com abertura JG	69
5.4	Viga parede VP	71
5.5	Considerações Finais	76
5.5.1	Ensaios com Acções no Plano da Parede JD JG e VP	76
5.6	Ensaio colapso fora do plano FP	78
6	Conclusões e Desenvolvimentos futuros	85
6.1	Desenvolvimentos futuros	88
	Bibliografia	89

Lista de Figuras

2.1	Gráfico típico Força Horizontal/Deslocamento Horizontal para uma parede de alvenaria. É possível observar o patamar de ductilidade normalmente exibido pela estrutura. Adaptado de [30]	10
2.2	Representação geométrica do tensor das tensões no cubo elementar	11
2.3	Endurecimento: a) Material perfeitamente plástico sem endurecimento; b) Endurecimento isotrópico; c) Endurecimento cinemático. Adaptado de [13]	13
2.4	Modelo elásto-plástico perfeito no caso unidimensional. Adaptado de [26].	14
2.5	Representação da lei do fluxo associada. Retirado de [26]	16
2.6	(a) Representação esquemática do ângulo de dilatância formado pela elevação de um bloco em relação a outro adjacente. (b) Comportamento típico de tijolos de argila pura sujeitos ao corte. Tangente do ângulo de dilatância em função da pressão de confinamento. Adaptado de [18]	17
2.7	Representação gráfica das superfícies de cedência. Retirado de [29]	18
2.8	Carregamentos no domínio K. Adaptado de [26]	21
3.1	Cargas e geometria para as paredes ensaiadas na Universidade Técnica de Eindhoven: (a) fase 1 - carregamento vertical; (b) fase 2 - carregamento horizontal sob controlo de deslocamentos. Adaptado de [19]	25

3.2	Parede de alvenaria com abertura JG. Adaptado de [18]	25
3.3	Viga parede. Adaptado de [30]	26
3.4	Vista lateral da parede na plataforma de testes. Adaptado de [15] . .	28
3.5	Condições de apoio para os diferentes ensaios experimentais: (a) 4 lados simplesmente apoiados; (b) 3 lados simplesmente apoiados, com bordo superior livre; (c) 3 lados simplesmente apoiados, com bordo lateral livre	29
4.1	Estratégias de modelação para estruturas de alvenaria: (a) alvenaria padrão; (b) micro-modelação detalhada; (c) micro modelação simpli- ficada; (d) macro-modelação. Adaptado de [17]	33
4.2	Modelação da dimensão do bloco até à linha média. Adaptado de [19]	34
4.3	Mecanismos de ruptura da alvenaria: (a) fendilhação da junta; (b) deslizamento da junta; (c) fendilhação em tracção pura do bloco; (d) fendilhação diagonal do bloco; (e) esmagamento da alvenaria. Adaptado de [17]	36
4.4	Divisão de 1 hexaedro em 24 tetraedros. Retirado de [29]	37
4.5	Elemento degenerado nas juntas de argamassa entre blocos. Retirado de [29]	38
4.6	Mecanismo de cedência <i>Mohr-Coulomb</i> utilizado na modelação do tijolo e argamassa. Adaptado de [29]	39
4.7	Diferentes tipos de critérios de cedência: (a) Cedência com truncatura de tracção [25] (b) Cedência hiperbólica [16] (c) Cedência adoptada por [18] e aproximada por 3 separadas linhas de cedência lineares <i>Mohr-Coulomb</i> [30]. Adaptado de [30]	40
4.8	Determinação das propriedades do tijolo através da envolvente de ruptura do circulo de <i>Mohr</i> . Convenção geomecânica - compressão positiva; tracção negativa.	45
4.9	Modelação da parede de alvenaria JD	51

4.10	Modelação da parede de alvenaria com abertura JG	52
4.11	Modelação da viga parede	53
4.12	Refinamento da malha. (a) malha refinada 4 vezes; (b) malha refinada 6 vezes	53
4.13	Modelações para as várias condições de apoio: (a) 4 lados simples- mente apoiados (b) 3 lados simplesmente apoiados, com bordo supe- rior livre (c) 3 lados simplesmente apoiados, com bordo lateral livre .	55
5.1	Gráficos Carga-Deslocamento de J4D e J5D experimental e cargas de colapso numéricas	59
5.2	Dissipação da parede de alvenaria J4D e J5D nos ensaios numéricos: (a) Attard F ; (b) Lourenço	60
5.3	Gráfico Carga-Deslocamento de J6D experimental e cargas de colapso numéricas	61
5.4	Dissipação da parede de alvenaria J6D nos ensaios numéricos: (a) Attard F ; (b) Lourenço	63
5.5	Gráfico Carga-Deslocamento de J7D experimental e cargas de colapso numéricas	64
5.6	Dissipação da parede de alvenaria J7D nos ensaios numéricos: (a) Attard F ; (b) Lourenço	65
5.7	Dissipação das paredes de alvenaria com propriedades Attard F, com viga superior com possibilidade de rotação, nos ensaios numéricos: (a) J4D-J5D ; (b) J6D; (c) J7D	68
5.8	Gráfico Carga-Deslocamento de JG experimental e cargas de colapso numéricas	69
5.9	Dissipação da parede de alvenaria J2G e J3G nos ensaios numéricos: (a) Attard F ; (b) Lourenço	71
5.10	Valores de carga de colapso da Viga Parede VP	72

5.11	Dissipação da parede de alvenaria VP nos ensaios numéricos: (a) Attard F ; (b) Lourenço	73
5.12	Dissipação da parede de alvenaria VP nos ensaios numéricos Attard F com o refinamento da malha: (a) malha inicial ; (b) malha refinada 4 vezes - Ref(4x); (c) malha refinada 6 vezes - Ref(6x)	75
5.13	Gráfico das cargas de colapso obtidas no ensaio fora de plano FP . . .	79
5.14	Ensaio experimental das paredes Wall 8 e Wall 12. Retirado de [15] .	81
5.15	Dissipação do modelo numérico com 4 lados simplesmente apoiados. Modelação correspondente a Wall 8 e Wall 12	81
5.16	Ensaio experimental das paredes Wall 9 e Wall 13. Retirado de [15] .	82
5.17	Dissipação do modelo numérico com 3 lados simplesmente apoiados, bordo superior livre. Modelação correspondente a Wall 9 e Wall 13 .	82
5.18	Ensaio experimental das paredes Wall 10 e Wall 11. Retirado de [15]	83
5.19	Dissipação do modelo numérico com 3 lados simplesmente apoiados, bordo lateral livre. Modelação correspondente a Wall 10 e Wall 11 .	83

Lista de Tabelas

4.1	Propriedades dos materiais utilizados na modelação tridimensional dos ensaios Parede ao corte sem abertura (J4D e J5D) 3.2 e com abertura (JG) 3.3	48
4.2	Propriedades dos materiais utilizados na modelação tridimensional dos ensaios Parede ao corte sem abertura (J6D e J7D) 3.2	49
4.3	Propriedades dos materiais utilizados na modelação tridimensional do ensaio Viga parede 3.4	49
4.4	Propriedade dos materiais utilizados na modelação tridimensional do ensaio com colapso fora do plano 3.5	49
5.1	Cargas de colapso de J4D/J5D. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental	59
5.2	Cargas de colapso de J6D. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental	62
5.3	Cargas de colapso de J7D. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental	65

- 5.4 Cargas de colapso nos ensaios JD para as modelações com propriedades Attard F. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica : (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental 67
- 5.5 Cargas de colapso nos ensaios JD para as modelações com propriedades Attard F com viga de aço superior com possibilidade de rotação. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental 68
- 5.6 Cargas de colapso de JG. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental 70
- 5.7 Cargas de colapso da VP. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental 72
- 5.8 Cargas de colapso da VP com refinamento, de quatro vezes Ref(4x) e seis vezes Ref(6x), em relação à malha inicialmente adotada representada em 4.11. 74
- 5.9 Cargas de colapso obtidas numericamente com a propriedade Attard F para os diferentes ensaios. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental 77
- 5.10 Cargas de colapso obtidas para os diferentes ensaios. Modelações numéricas com propriedades dos materiais de Milani [24]. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental 78

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

A motivação para o desenvolvimento do presente trabalho de investigação pode ser enquadrada em duas vertentes distintas: a pessoal e a científica.

No aspecto pessoal, a elaboração desta dissertação tem como principal objectivo a conclusão de uma etapa académica com a finalidade de obter o grau de Mestre em Engenharia Civil, pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. Durante o meu percurso académico sempre me cativou a componente de cálculo de estruturas e resistência dos materiais. No entanto, neste último ano, a disciplina de Análise de Estruturas Geotécnicas despertou o meu interesse, onde foi abordado o tema da análise limite, tema que me cativou. Conciliando estes factores e aliado a uma conversa informal que tive com o Professor Mário Vicente da Silva, onde me elucidou sobre alguns pontos do trabalho a desenvolver nesta dissertação e sobre o software de elementos finitos a utilizar, tudo isto contribuiu para aumentar a minha curiosidade nesta área. Embora o assunto fosse novo para mim encarei-o como um desafio e uma oportunidade de desenvolver o meu conhecimento no tema e em softwares de elementos finitos, que considero ser uma mais-valia nos dias correntes.

Relativamente à vertente científica, é um trabalho interessante para desenvolver, devido à sua aplicação prática, que possibilita a avaliação da carga máxima suportada por uma parede de alvenaria, denominada carga de colapso. Este tipo de estruturas é composta por dois constituintes distintos, tijolo e argamassa, e exhibe diferentes

propriedades direccionais de resistência e de rigidez. Estas diferenças advêm principalmente das diferentes características dos materiais constituintes da alvenaria, tendo as propriedades da junta de argamassa normalmente um valor muito inferior em comparação com as do tijolo. Além destas diferenças entre os materiais, existem inúmeros factores que influenciam a resistência e a rigidez da parede, como o modo de execução, idade e cura, que dificultam a obtenção de resultados exactos.

É uma área de investigação que se tem vindo a desenvolver neste último século, mas apesar dos progressos verificados ainda é uma área não concluída. A análise limite ainda é um método pouco explorado, com elevada potencialidade a ser explorada para ultrapassar algumas limitações sentidas actualmente. Em particular, ainda muito pouco estudado, é o caso em que a parede é solicitada fora do plano, como exemplo típico de uma parede submetida a uma explosão ou ventos fortes. Esta razão motivou uma complexa modelação tridimensional (3D) permitindo estimar a carga de colapso quando a parede é solicitada fora do plano.

Devido ao desconhecimento do comportamento das estruturas de alvenaria, elas são, por vezes, postas de parte no que diz respeito a aplicações estruturais. Nos países desenvolvidos normalmente é desprezada a contribuição resistente das paredes de alvenaria no cálculo estrutural, sendo estas normalmente utilizadas como sistema de revestimento ou para preencher paredes não resistentes. O mesmo já não se verifica em países em desenvolvimento ou de terceiro mundo onde a situação já é bastante diferente, sendo a alvenaria estrutural ainda utilizada em grande escala.

A falta de conhecimento conduz a um subdesenvolvimento das regras de dimensionamento regendo-se a sua construção segundo métodos ou regras de desenvolvimento essencialmente empíricos e de raiz tradicional. Os regulamentos europeus existentes neste campo são subdesenvolvidos quando comparados com regulamentos análogos para estruturas metálicas ou de betão.

O desenvolvimento desta área, aliada a uma aposta na formação dos Engenheiros Civis, incutindo-lhe novos conhecimentos, poderá ser um ponto de viragem nas aplicações da alvenaria conhecidas presentemente.

1.2 Objectivo

O principal objectivo desta dissertação consiste em determinar a carga de colapso de estruturas de alvenaria, modelando-as tridimensionalmente (3D), recorrendo ao teorema cinemático da análise limite. Uma eficiente caracterização da parede de alvenaria exige uma ajustada definição das propriedades dos materiais constituintes (tijolo e argamassa). Através dos resultados obtidos, é feita uma análise e uma comparação entre as cargas de colapso obtidas numericamente (com diversas propriedades) e sobretudo com a carga de colapso experimental, obtida através da literatura.

1.3 Metodologia

Na presente dissertação recorreu-se a uma micro-modelação simplificada para a modelação dos ensaios experimentais.

A modelação geométrica tridimensional (3D) é efectuada no software *ANSYS* [1], corrente em Engenharia Civil. Esta informação é guardada e exportada através de um ficheiro de entrada de dados, possibilitando a obtenção da carga de colapso da parede de alvenaria, recorrendo ao software *SUBLIM3d* [2], que tem como formulação base o teorema cinemático da análise limite.

Através dos ficheiros de resultados fornecidos pelo *SUBLIM3d* é possível fazer uma análise do mecanismo de colapso, formado na parede de alvenaria, recorrendo ao software *ParaView*.

Foram analisados três problemas com solicitação de carga no plano da parede e um problema com solicitação de carga fora do plano. De um modo simplificado pode descrever-se a metodologia efectuada para cada problema do seguinte modo:

- i. Construção dos modelos tridimensionais (3D) através da interface gráfica do software *ANSYS*, com respectiva malha de elementos finitos, com condições de apoio e a definição do local onde a carga é aplicada.
- ii. Inserção das diferentes propriedades dos constituintes da alvenaria, através de ferramentas auxiliares do software *SUBLIM3d*. São utilizadas propriedades

diferentes, defendidas por vários autores, originando assim várias modelações para cada ensaio experimental. Excepto no caso fora do plano onde apenas se utilizam as propriedades de um único autor.

- iii. Execução das várias modelações de forma a obter as cargas de colapso com as propriedades preconizadas por cada autor. Excepto no caso, fora do plano onde apenas se utilizam as propriedades de um único autor.
- iv. Análise e comparação entre as cargas de colapso numéricas, obtidas com as propriedades defendidas por cada autor e sobretudo com o respectivo valor da carga de colapso experimental obtido na literatura.
- v. Visualização dos mecanismos de colapso obtidos numericamente através do software *ParaView*. Comparação entre os diferentes mecanismos obtidos para as diferentes propriedades e, quando possível, com o mecanismo obtido experimentalmente retirado da literatura.

No presente trabalho adopta-se o critério de cedência *Mohr-Coulomb* para ambos os constituintes da parede de alvenaria (tijolo e argamassa). Nenhum tipo de truncatura é imposto a esse critério, contrariamente às abordagens mais usuais efectuadas por outros autores.

1.4 Considerações Genéricas sobre Alvenarias

A alvenaria é um dos mais antigos materiais de construção que ainda continua a ter uma utilização em larga escala nos dias de hoje. Durante o último século houve um desenvolvimento nos materiais e nas técnicas utilizadas mas o processo de colocação de tijolos, uns sobre os outros, é similar ao executado nos tempos mais remotos. Esta simplicidade é uma das características fundamentais da alvenaria, entre outras importantes características como a qualidade térmica, acústica, durabilidade, versatilidade e a protecção ao fogo. Exemplos de aplicações correntes de alvenaria são as paredes resistentes, os núcleos de alvenaria pré-esforçada e as paredes de enchimento que, no caso de um número reduzido de pisos, servem para resistir à acção do sismo e do vento. No entanto, algumas lacunas no conhecimento do comportamento das estruturas de alvenaria prejudicam e limitam a sua utilização. Os métodos de cálculo são essencialmente de natureza empírica e o uso de ferramentas numéricas

para a análise ou dimensionamento de estruturas de alvenaria é, ainda hoje, incipiente. Esta situação reflecte-se negativamente na ausência de qualquer regulamento nacional sobre estruturas de alvenaria e nas dificuldades associadas à elaboração do EuroCódigo 6 [20] - "*Design of Masonry Structures*"[3].

A determinação da carga de colapso de uma estrutura apresenta uma irrefutável importância no dimensionamento estrutural. Tradicionalmente esta determinação é feita através da análise elasto-plástica incremental, porém, esta metodologia acarreta um alto custo computacional para modelos complexos, através do procedimento incremental iterativo associado ao processo. Esta dificuldade pode ser ultrapassada através de métodos alternativos e fiáveis que evitam a análise passo a passo do problema, ou seja, através de uma determinação directa. Desenvolveram-se softwares, com base na análise limite, permitindo uma excelente aproximação da carga de colapso de uma forma simples, rápida e possibilitando uma análise de modelos mais complexos, de um modo mais expedito.

É neste contexto que se enquadra o trabalho desenvolvido nesta dissertação, na qual são modelados tridimensionalmente (3D) vários tipos de ensaios experimentais executados em paredes de alvenaria. Recorrendo ao *SUBLIM3d*, software com base no teorema cinemático da análise limite, determina-se a carga última, denominada carga de colapso, suportada pela parede de alvenaria através de um método directo (semelhante abordagem em [12]). Adicionalmente outro tipo de informação pode ser obtida, como um possível mecanismo de colapso.

O uso da análise limite tem crescido ao longo desta última década, no que respeita à análise de estruturas de alvenaria. No entanto, é de destacar que a sua aplicação tem demonstrado sucesso noutras áreas da Engenharia Civil. Mencionam-se algumas das vastas aplicações verificadas: placas, cascas, peças de betão armado, estruturas metálicas (nomeadamente pormenores de ligação tanto soldados como aparafusados), análise de estabilidade de taludes, impulsos de terrenos, capacidade resistente de fundações, estabilidade de túneis, etc.

1.5 Notação

As notações indicadas a seguir são utilizadas no capítulo 2 do presente trabalho.

- i os vectores (ou tensores de primeira ordem) são representados por um símbolo sublinhado com um traço: \underline{b} , \underline{t}
- ii os tensores de segunda ordem são representados por um símbolo duplamente sublinhado: $(\underline{\underline{\sigma}})$, $(\underline{\underline{\varepsilon}})$
- iii a derivação em ordem ao tempo é representada por um ponto sobre a grandeza considerada: $\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}$, $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$, $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$

As restantes notações utilizadas ao longo do trabalho estarão devidamente explicadas no local onde forem utilizadas.

1.6 Organização do Documento

O presente documento encontra-se estruturado em 6 capítulos. Após este capítulo introdutório, onde são apresentados a motivação, o objectivo, a metodologia adoptada no trabalho, uma análise genérica de alvenarias, a notação e a organização do documento seguem-se os capítulos centrais da dissertação cujo conteúdo é sumariado em seguida:

Capítulo 2. Neste capítulo são apresentados os conceitos fundamentais tidos em conta para o desenvolvimento deste trabalho, assim como, algumas considerações efectuadas. Para tal, são revistas algumas noções referentes à Teoria da Plasticidade e sobre o comportamento do material. É feito um enquadramento teórico sobre Análise LiFmite apresentando os principais conceitos que se enquadram na formulação base da determinação da carga de colapso.

Capítulo 3. Apresenta-se neste capítulo uma detalhada descrição dos quatro ensaios experimentais estudados neste trabalho.

Capítulo 4. Neste capítulo aborda-se a modelação dos ensaios experimentais. Para tal, começa-se por descrever os vários tipos de modelações existentes tal como os possíveis mecanismos de colapso. Segue-se uma simples explicação dos softwares, assim como, algumas considerações adoptadas nas modelações. Posteriormente é feita uma descrição e apresentação detalhada de várias propriedades dos materiais, que são defendidas por diferentes autores. Por fim, é explicada a metodologia adoptada na modelação de cada ensaio experimental.

Capítulo 5. No presente capítulo, são apresentados os resultados das cargas de colapso, obtidos numericamente para as diferentes propriedades, preconizadas por cada autor. É feita uma análise e comparação entre os valores das cargas de colapso obtidos numericamente e sobretudo com os valores da carga de colapso experimentais, obtidos através da literatura. São também analisados os mecanismos de colapso obtidos para as várias modelações numéricas, e quando possível comparados com os mecanismos de colapso obtidos experimentalmente, retirados da literatura.

Capítulo 6. Este último capítulo compila as principais conclusões tiradas ao longo deste trabalho, juntamente com algumas sugestões de desenvolvimento futuro.

Nota: Apesar de se tratar de um trabalho tridimensional (3D), por vezes por uma questão de simplificação gráfica alguns conceitos serão apresentados bidimensionalmente (2D).

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

2.1 Introdução

Uma das grandes vantagens da análise limite é o facto de requerer um reduzido número de propriedades dos materiais, visto que, no caso de se considerar um material elástico-perfeitamente plástico, pode-se desprezar a parcela elástica uma vez que a carga de colapso obtida é igual. Existe um Teorema que demonstra isso mesmo matematicamente (em detalhe em [11]) enunciando que: em relação à carga de colapso, no caso de um material elástico-perfeitamente plástico, o estado de tensão mantém-se constante enquanto existe um incremento de deformação no material. Como resultado, a aplicação de um material elástico-perfeitamente plástico é similar à aplicação de um material rígido-perfeitamente plástico. Assim para deformações plásticas contínuas as deformações elásticas podem ser desprezadas da análise.[11]

O trabalho desenvolvido nesta dissertação teve em consideração o teorema anterior, de forma a focar-se apenas na componente de deformação plástica, desprezando qualquer componente de deformação elástica do material. Neste capítulo será apresentado um enquadramento teórico desta dissertação de forma a descrever de forma completa o problema em estudo. Para este efeito será feita uma revisão dos conceitos relacionados com a Teoria da Plasticidade [8] [11] [13] [14] [22] com um maior foco nos Teoremas de Análise Limite.

2.2 Hipóteses Simplificativas

Devido à complexidade dos problemas, várias hipóteses simplificativas foram adoptadas neste trabalho de forma a permitir obter resultados, conciliando a possibilidade de obter soluções e a sua exactidão. Para tal, considera-se:

- i. Material isotrópico e com comportamento perfeitamente plástico, sem endurecimento (*hardening*) ou amolecimento (*softening*).
- ii. A hipótese de linearidade geométrica incluindo a hipótese dos pequenos deslocamentos e das pequenas deformações, segundo a qual os deslocamentos sofridos pela estrutura são muito pequenos quando comparados com a sua menor dimensão, permitindo que as condições de equilíbrio possam ser estabelecidas com base na configuração indeformada da estrutura, isto é, podem-se desprezar quaisquer efeitos de segunda ordem.
- iii. Aplicação do carregamento em condições quase estáticas, permitindo desprezar quaisquer efeitos de inércia.
- iv. Um comportamento dúctil dos materiais é admitido (figura 2.1)

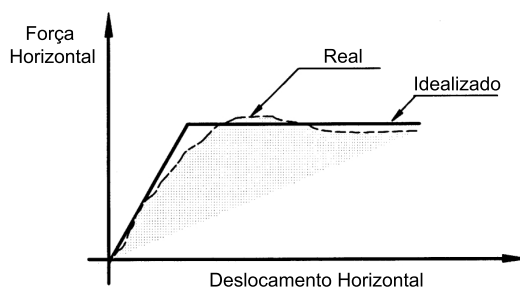


Figura 2.1: Gráfico típico Força Horizontal/Deslocamento Horizontal para uma parede de alvenaria. É possível observar o patamar de ductilidade normalmente exibido pela estrutura. Adaptado de [30]

2.3 Conceitos da Teoria da Plasticidade

Como ponto de partida, relembra-se que, para se definir o estado de tensão de um ponto material, é necessário conhecer as nove componentes do tensor das tensões ($\underline{\underline{\sigma}}$),

para um problema genérico tridimensional.

Repare-se que as componentes são simétricas em relação à sua diagonal principal, ou seja, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$. A representação geométrica do tensor das tensões pode ser visualizada na figura 2.2.

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} & \sigma_{zx} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{zy} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \quad (2.1)$$

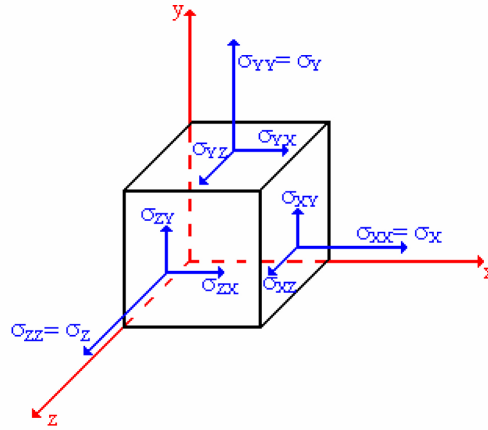


Figura 2.2: Representação geométrica do tensor das tensões no cubo elementar

A ruptura de um material ocorre quando este atinge a sua capacidade máxima de carregamento. Num material perfeitamente plástico, o escoamento está directamente associado à cedência, logo o estado de tensão de escoamento é também o limite de resistência do material.

O *critério de cedência*, na sua forma mais geral, pode ser definido através da seguinte função matemática,

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) \leq 0 \quad (2.2)$$

onde f é a função que depende do tensor das tensões $\underline{\underline{\sigma}}$.

Este critério estabelece uma *superfície de cedência*, $f(\underline{\underline{\sigma}})=0$, definida através de uma função escalar do tensor das tensões.

Para que ocorra um incremento das deformações plásticas no material é necessário que o estado de tensão se encontre sobre a superfície de cedência, ou seja, que a igualdade da função (2.2) se verifique.

No caso de se verificar $f(\underline{\underline{\sigma}}) < 0$ o material encontra-se em comportamento elástico, permanecendo as deformações plásticas constantes. O estado de tensão com $f(\underline{\underline{\sigma}}) > 0$ não é possível.

Genericamente admite-se que a superfície de cedência inicial possa sofrer alterações com o aparecimento de deformações plásticas. Assim a superfície passa a ser representada do seguinte modo,

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \mathbb{k}) = 0 \quad (2.3)$$

onde a superfície de cedência é agora dependente não apenas do tensor das tensões $\underline{\underline{\sigma}}$ mas também do estado de endurecimentos do material \mathbb{k} .

Este endurecimento do material está directamente relacionado com a dilatação ou contracção da superfície de cedência, no entanto, a sua forma e origem no espaço das tensões é mantida. Esta dilatação gera um aumento da resistência do material, a qual se designa endurecimento isotrópico (*isotropic hardening*), ilustrado na figura 2.3b. Caso exista uma contracção da superfície de cedência, e consequentemente uma redução da resistência, este fenómeno designa-se de amolecimento isotrópico (*isotropic softening*). No caso da superfície de cedência apenas estar sujeita a uma translação da posição inicial (de o para o'), mantendo inalterada a sua forma e tamanho inicial, designa-se este fenómeno de endurecimento cinemático (*kinematic hardening*) ilustrado na figura 2.3c.

No entanto, neste trabalho, como referido anteriormente em 2.2, considera-se o material com comportamento perfeitamente plástico, ou seja, o parâmetro de endurecimento do material é obrigatoriamente zero, $\mathbb{k}=0$, ficando a função de cedência, f , apenas dependente do tensor das tensões, $\underline{\underline{\sigma}}$, permanecendo a superfície de cedência inalterada para qualquer carregamento sofrido, ilustrado na figura 2.3a.

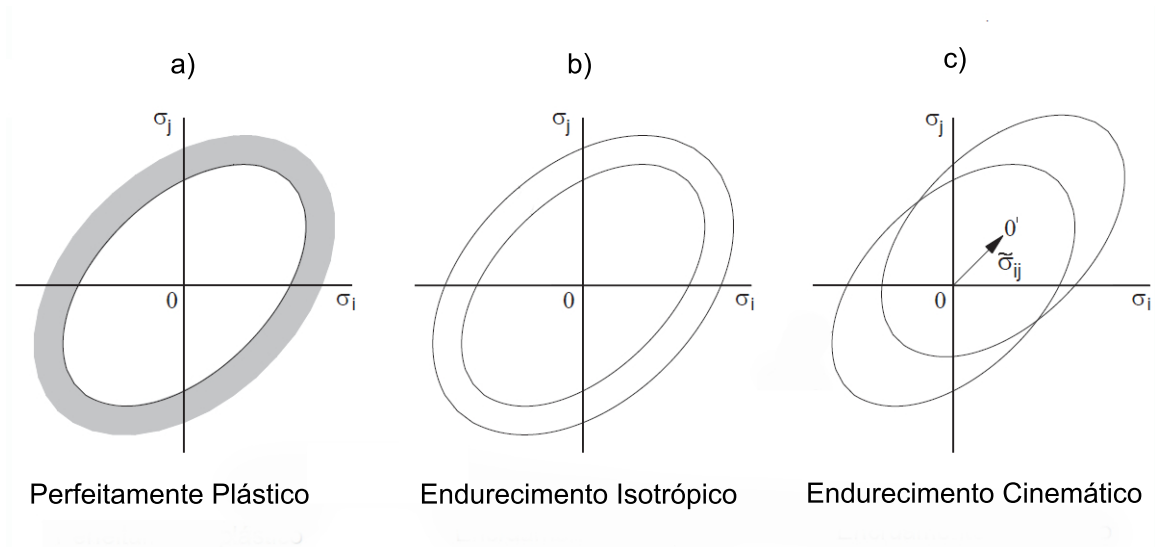


Figura 2.3: Endurecimento: a) Material perfeitamente plástico sem endurecimento; b) Endurecimento isotrópico; c) Endurecimento cinemático. Adaptado de [13]

2.4 Escoamento Plástico

A teoria da plasticidade está directamente relacionada com o ramo plástico verificado num diagrama de tensão-deformação. Considerando o caso mais elementar, ou seja, para uma solicitação unidireccional, o ramo plástico situa-se após o ponto de plastificação σ_0 até à ruptura (figura 2.4). Considerando o endurecimento do material desprezável o diagrama tensão deformação pode ser aproximado por uma linha recta horizontal, encontrando-nos perante um comportamento perfeitamente plástico (figura 2.4 a partir de 1), assumindo a deformação plástica para um nível constante de tensão.

Para uma melhor compreensão inicia-se a abordagem com base no modelo elasto-plástico perfeito com solicitação unidimensional, figura 2.4. Sempre que se carregue o material de tal modo que se atinja o ponto de plastificação σ_0 , a deformação plástica (ε^p) gerada não será recuperada quando este for descarregado, ou seja, apenas a deformação elástica (ε^e) é recuperada enquanto a deformação plástica permanecerá inerente ao material.

De uma forma genérica, pode obter-se a deformação total ($\underline{\underline{\varepsilon}}$) através da soma da parcela da deformação elástica ($\underline{\underline{\varepsilon}}^e$) com a deformação plástica ($\underline{\underline{\varepsilon}}^p$), admitindo a hipótese das pequenas deformações.

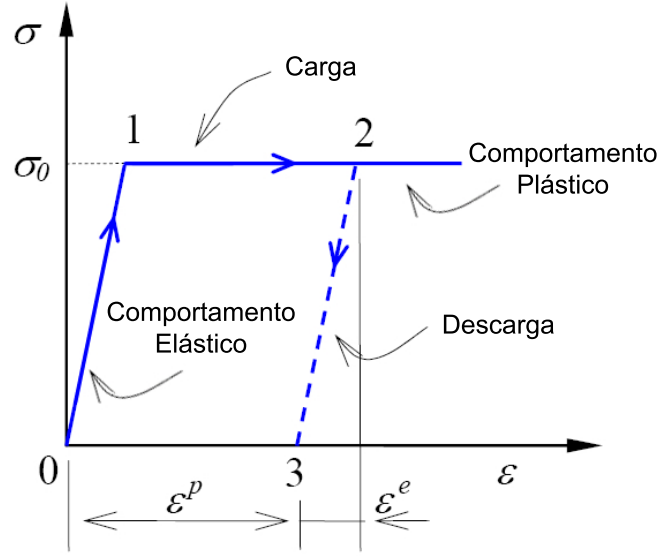


Figura 2.4: Modelo elasto-plástico perfeito no caso unidimensional. Adaptado de [26].

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (2.4)$$

A relação 2.4 é igualmente válida para as taxas de deformação, ou seja

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e + \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p \quad (2.5)$$

Permite assim, quantificar separadamente os fenómenos físicos relacionados com elasticidade e plasticidade. No caso específico do modelo elementar com solicitação unidimensional, figura 2.4, quando o material se encontra com comportamento elástico a Lei de Hooke afirma que:

$$\sigma = E\varepsilon^e \quad (2.6)$$

onde σ representa a tensão, E representa o módulo de elasticidade longitudinal e ε^e a deformação elástica. Esta relação linear representa a parte 0-1 na figura 2.4.

De um modo genérico, estabelece-se uma relação entre as deformações elásticas e o campo de tensões, através das equações constitutivas

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{K}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (2.7)$$

onde $\underline{\underline{\sigma}}$ representa o campo das tensões, $\underline{\underline{K}}$ representa o tensor de quarta ordem que armazena as características elásticas e $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ representa o campo das deformações elásticas.

Em oposição às deformações elásticas, quando se entra no regime plástico deixa de existir uma relação única entre o campo de deformações plásticas e o campo de tensões. De uma forma genérica, será mais adequado estabelecer a relação constitutiva através da taxa de deformação, $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p$.

A taxa de deformação plástica $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p$ é agora definida através de uma nova grandeza denominada de potencial plástico, $\Phi(\underline{\underline{\sigma}})$. Entende-se por potencial plástico a função escalar do tensor das tensões a partir da qual os incrementos de deformação plástica podem ser determinados por derivação parcial em ordem às componentes do tensor das tensões. Deste modo, permite estabelecer a seguinte relação:

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \lambda \frac{\partial \Phi(\underline{\underline{\sigma}})}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}, \quad \lambda \in \mathbb{R}_0^+ \quad (2.8)$$

onde, λ é denominado multiplicador plástico.

Do ponto de vista geométrico a equação anterior 2.8 e o intervalo em que λ se encontra, impõem, respectivamente, que o vector da taxa de deformação $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p$ tenha direcção normal à superfície do potencial $\Phi(\underline{\underline{\sigma}})$ e que o sentido da mesma seja para o exterior da superfície, como se pode observar nas regiões suaves (diferenciáveis) (figura 2.5 ponto A). Caso se esteja perante pontos angulosos singulares (não diferenciáveis) na superfície do potencial, considera-se que nesses pontos a taxa de deformação possa assumir qualquer direcção entre vectores normais adjacentes (ver figura 2.5 ponto B).

Desta forma, pode-se afirmar que se está perante uma lei de escoamento associado (lei do fluxo associada) quando a superfície do potencial coincide com a superfície de cedência, ou seja, $\Phi(\underline{\underline{\sigma}}) = f(\underline{\underline{\sigma}})$ como se encontra representado na figura 2.5.

Em todo o trabalho desenvolvido nesta dissertação, foi considerada a lei do fluxo associada de forma a garantir que a normalidade fosse verificada para qualquer ponto do espaço das tensões.

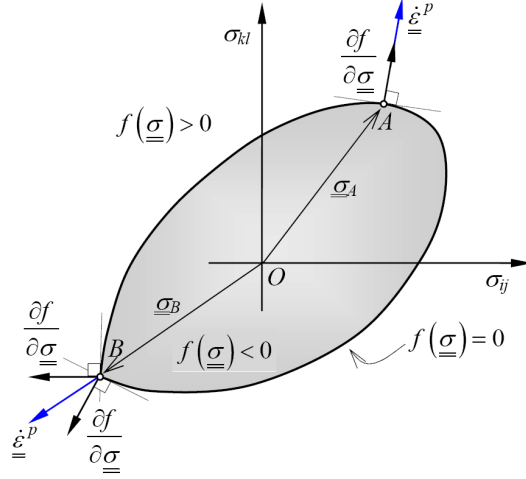


Figura 2.5: Representação da lei do fluxo associada. Retirado de [26]

2.5 Dilatância

O ângulo de dilatância ψ é o ângulo formado pela elevação de um bloco em relação a outro quando sujeito ao corte. Este fenómeno pode ser visualizado esquematicamente na figura 2.6. O ângulo de dilatância varia conforme o nível de pressão de confinamento a que os blocos se encontram sujeitos. Lourenço [18] refere que para valores baixos de pressão de confinamento, o valor médio da $\tan\psi$ varia entre 0.2 a 0.7, dependendo da rugosidade da superfície do bloco. Para valores altos de pressão de confinamento, o valor de $\tan\psi$ diminui, aproximando-se de zero. Visto que neste trabalho a lei do fluxo é associada implica, que o ângulo de dilatância seja igual ao ângulo de atrito ($\psi = \phi$).

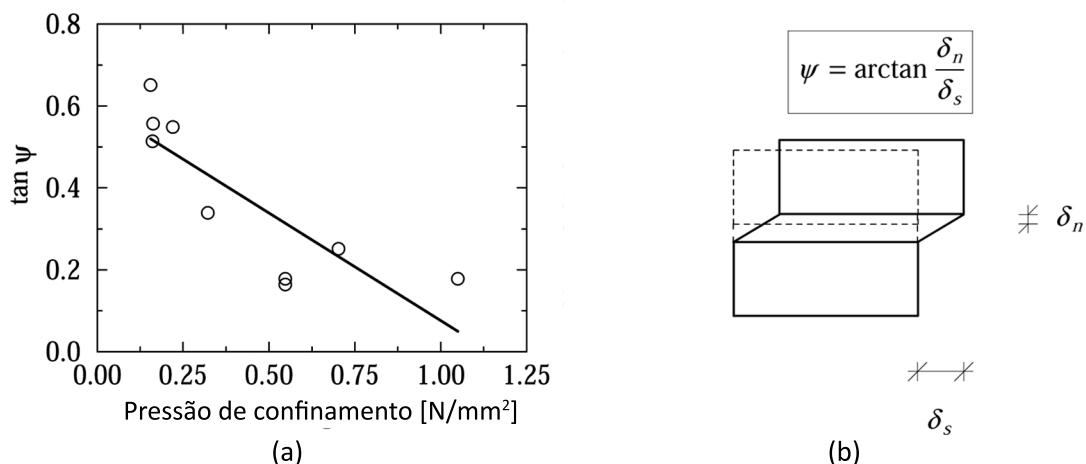


Figura 2.6: (a) Representação esquemática do ângulo de dilatância formado pela elevação de um bloco em relação a outro adjacente. (b) Comportamento típico de tijolos de argila pura sujeitos ao corte. Tangente do ângulo de dilatância em função da pressão de confinamento. Adaptado de [18]

2.6 Descontinuidades no campo das velocidades

Para finalizar a descrição do escoamento deve-se apenas salientar que, em materiais perfeitamente plásticos, é possível existirem descontinuidades no campo de velocidades. Do ponto de vista físico, as referidas descontinuidades podem ser observadas como uma variação no campo da taxa de deformações plásticas localizadas numa zona de espessura infinitesimal de material [29]. Assim sendo, estas descontinuidades encontram-se igualmente sujeitas à lei do escoamento (equação 2.8). De uma forma simplificada, no caso de paredes de alvenaria, estas descontinuidades no campo das velocidades ocorrem na interface entre os blocos, possibilitando que um mesmo ponto tenha vários vectores de velocidade associados. Desta forma, os blocos adjacentes têm liberdade para se deslocarem entre si, obedecendo à lei do escoamento.

2.7 Critérios de Cedência

Quando estamos perante deformações uniaxiais, é fácil determinar o início da deformação plástica do material. Contudo, tal situação já não se verifica para a generali-

dade dos casos, estando estes sujeitos a deformações biaxiais ou triaxiais tornando o problema mais complexo. Isto dá origem a que existam critérios de cedência generalizados, definidos por relações matemáticas, que permitem conhecer as condições de entrada no domínio plástico de um material, quando este se encontra sujeito a uma combinação arbitrária de tensões.

De seguida serão apresentados graficamente as superfícies de cedência dos quatro critérios usualmente mais utilizados: *Tresca*, *von Mises*, *Mohr-Coulomb*, *Drucker-Prager* (Figura 2.7). No entanto, dá-se relevo ao dois utilizados neste trabalho, ou seja, *Mohr-Coulomb* utilizado para caracterizar os constituintes da alvenaria (tijolo e argamassa) e *Tresca* para caracterizar um material puramente coesivo (explicado no subcapítulo 4.6.3).

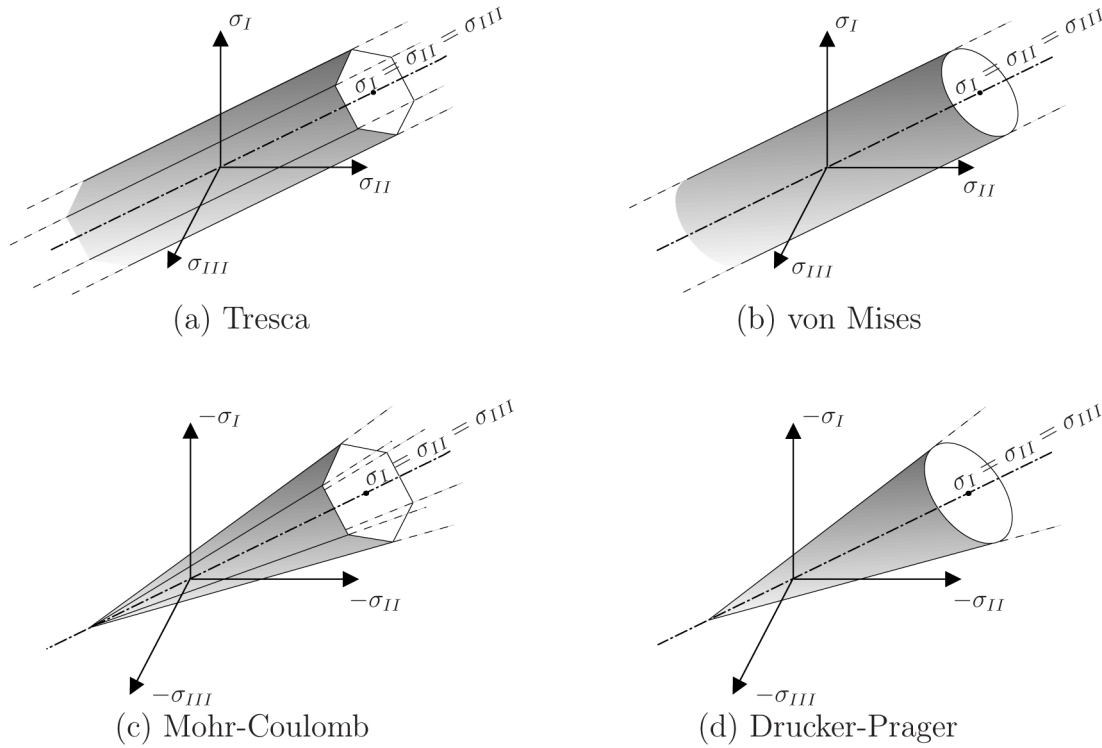


Figura 2.7: Representação gráfica das superfícies de cedência. Retirado de [29]

2.7.1 Critério de *Mohr-Coulomb*

O critério de cedência de *Mohr-Coulomb* pode ser definido pela seguinte função:

$$f(\underline{\sigma}) = \sigma_I(1 + \sin \phi) - \sigma_{III}(1 - \sin \phi) - 2c \cos \phi \quad (2.9)$$

onde, ϕ e c representam o ângulo de atrito interno e a coesão do material respectivamente. σ_I e σ_{III} definem as tensões principais, máxima e mínima, respectivamente.

Se estivermos perante o caso particular em que o ângulo de atrito interno do material é zero, $\phi=0$, geometricamente a superfície de cedência passa de uma pirâmide hexagonal, para um prisma hexagonal de igual base. Quando isto acontece, estamos perante um critério puramente coesivo coincidindo este com o critério de *Tresca*.

2.7.2 Critério de *Tresca*

O critério de cedência de *Tresca* pode ser definido pela seguinte função:

$$f(\underline{\sigma}) = \sigma_I - \sigma_{III} - 2c \quad (2.10)$$

onde, c representa a coesão do material. σ_I e σ_{III} definem as tensões principais, máxima e mínima, respectivamente.

2.8 Análise Limite

A Análise Limite tem como principal objectivo determinar a carga de colapso de uma determinada estrutura, baseando-se na Teoria da Plasticidade. Este é um método bastante utilizado em engenharia, podendo ser classificado como um método directo de determinação da carga de colapso, atendendo a que, não é preciso considerar o historial do carregamento aplicado à estrutura, nem envolve uma análise passo a passo como é o caso da análise incremental.

Contudo, convém ter presente que existem algumas limitações ao usar este método. Esta abordagem apenas pode ser feita em materiais elásticos perfeitamente plásticos com lei do fluxo associada e com carregamento monotónico. Este tipo de análise não permite prever o comportamento da estrutura antes do colapso.

Análise Limite, considera-se que as mudanças de geometria no instante de colapso são praticamente nulas, conservando as dimensões iniciais sendo estas utilizadas nas equações de equilíbrio.

Deste modo, considera-se um campo de tensões estaticamente admissível se respeitar a condição de equilíbrio no domínio, Ω ,

$$\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) + \underline{b} = 0 \quad (2.11)$$

e também a condição nas fronteiras estáticas

$$\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \underline{t} \quad (2.12)$$

onde, div representa o operador divergência, \underline{b} representa o vector das forças de massa, \underline{n} é a normal ao exterior em relação à fronteira que delimita Ω e \underline{t} o conjunto de forças de fronteira.

Um carregamento \underline{Q} é considerado admissível no domínio Ω se for estaticamente admissível (ou seja, cumpra as equações 2.11, 2.12) e respeitar o critério de cedência 2.2 em todo o domínio.

Como ilustrado na figura 2.8, o conjunto genérico de carregamentos define um domínio K. Assim todos os carregamentos que se encontram no interior do domínio K, são considerados admissíveis. Os carregamentos que se encontrarem sobre a fronteira K são designados carregamentos limites. Qualquer carregamento fora do domínio K é considerado carregamento inadmissível.

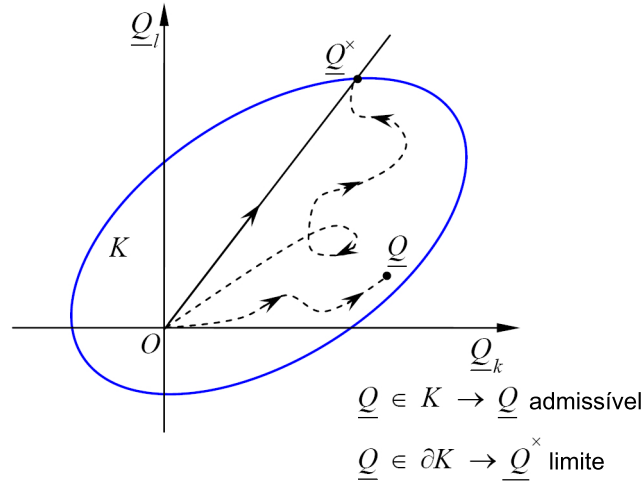


Figura 2.8: Carregamentos no domínio K. Adaptado de [26]

Em seguida enunciam-se algumas propriedades dos carregamentos limites:

- i Os carregamentos limites são independentes das propriedades elásticas do material, isto é, a carga de colapso não é influenciada pela componente elástica.
- ii A carga de colapso não é influenciada pela trajectória do carregamento.
- iii O carregamento limite é independente das tensões iniciais.
- iv A determinação do carregamento limite é directa, sem recorrer a uma análise passo a passo ao longo da trajectória do carregamento, a partir do estado inicial conhecido.

A determinação do carregamento limite de um modo directo é, de uma maneira geral, impossível. É neste contexto que surgem os Teoremas da Análise Limite. Estes tentam aproximar-se do carregamento limite (fronteira de K), pelo interior (Teorema Estático) e pelo exterior (Teorema Cinemático) de K respectivamente. Existe ainda um terceiro teorema (Teorema da Unicidade) que tem por base os dois anteriormente mencionados. Os respectivos teoremas são enunciados em seguida:

2.8.1 Teorema Cinemático ou da Região Superior

O teorema cinemático (ou da região superior ou do limite superior) diz que se para um dado mecanismo de colapso cinematicamente admissível (ou seja, obedece às condições de apoio e à lei do escoamento associado), o trabalho provocado pelo carregamento exterior for igual ou superior ao trabalho das tensões internas, o carregamento exterior provoca o colapso [9]. Deste modo, é possível determinar um majorante da carga de colapso fazendo uma aproximação pelo exterior do domínio K .

2.8.2 Teorema Estático ou da Região Inferior

O teorema estático (ou da região inferior ou do limite inferior) diz que se um determinado carregamento exterior está em equilíbrio com as tensões internas e que em nenhum ponto violam o critério de cedência (2.2), então o carregamento exterior aplicado não causa o colapso [9]. Deste modo, é possível determinar um minorante da carga de colapso fazendo uma aproximação pelo interior do domínio K .

2.8.3 Teorema da Unicidade

O Teorema da unicidade é uma conciliação dos Teorema Cinemático e Estático onde, se existir um determinado carregamento exterior capaz de verificar ambos, significa que é obrigatoriamente o carregamento limite, ou seja, a solução exacta do problema.

Capítulo 3

Ensaaios Experimentais

3.1 Introdução

De forma a facilitar a leitura e compreensão do leitor, optou-se por realizar este breve capítulo, onde são descritos detalhadamente quatro ensaios experimentais resultantes de uma pesquisa bibliográfica. Com base nas informações recolhidas sobre cada ensaio, procedeu-se à sua modelação numérica, o mais aproximada possível. No capítulo seguinte serão descritos os principais passos da modelação numérica destes respectivos ensaios.

No primeiro ensaio é apresentada uma parede sujeita ao corte com diferentes carregamentos axiais, sendo este um dos ensaios mais comuns neste tipo de estudos. O segundo ensaio é semelhante ao primeiro, mas efectuado a uma parede sujeita ao corte com uma abertura. O terceiro ensaio é referente a uma viga parede levada ao colapso através da aplicação incremental de uma carga pontual axial.

Por último, estuda-se uma alvenaria submetida a uma força fora do plano da parede. Diferentes casos são analisados conforme as condições de apoio, em três ou em quatro lados, a que a alvenaria foi sujeita. Um exemplo típico deste tipo de colapso ocorre quando uma parede é submetida a cargas uniformes provenientes do vento ou explosões.

3.2 Parede ao corte sem abertura JD

Foram efectuados numericamente ensaios ao corte em paredes de alvenaria com o objectivo de se poderem comparar com os resultados experimentais disponíveis na literatura. Contudo este tipo de ensaios ainda é muito reduzido. Para a validação dos resultados deste modelo recorre-se ao testes realizados na Universidade Técnica de Eindhoven, nos Países Bascos executados por Raijmakers e Vermeltfoort [27] com base no projecto CUR [10].

As primeiras paredes de alvenaria analisadas, denominadas de JD, são sólidas e sem abertura. Diferentes cargas axiais, p , são aplicadas: para as paredes J4D e J5D a carga p é de 0.30 MPa, para a parede J6D é de 1.21 MPa e para a parede J7D é de 2.12 MPa. As paredes têm um rácio aproximado de um, de dimensões 990 x 1000 mm^2 . São constituídas por 18 fiadas entre as quais 16 são activas e 2 encontram-se encastradas em vigas de aço, ver figura 3.1. A parede é constituída por blocos, vulgarmente denominados por tijolo-burro, com dimensões 210 x 52 x 100 mm^3 e por uma argamassa com uma espessura de 10 mm, com um rácio de cimento: cal: areia de 1:2:9. Diferentes cargas verticais são aplicadas inicialmente à parede antes que a carga horizontal seja monotonicamente aumentada, recorrendo ao controlo de deslocamento d da viga superior, ver figura 3.1. Durante o processo, a viga superior e a inferior são mantidas horizontais e impedidas de qualquer deslocamento vertical. No entanto, é referido por Attard *et al.* [4] que são usados 3 conectores verticais para manter a viga superior na posição horizontal. Manter esta horizontalidade através dos 3 conectores é descrito como sendo a maior dificuldade na execução da experiência, e assim, por vezes, é complicado garantir a horizontalidade da viga superior.

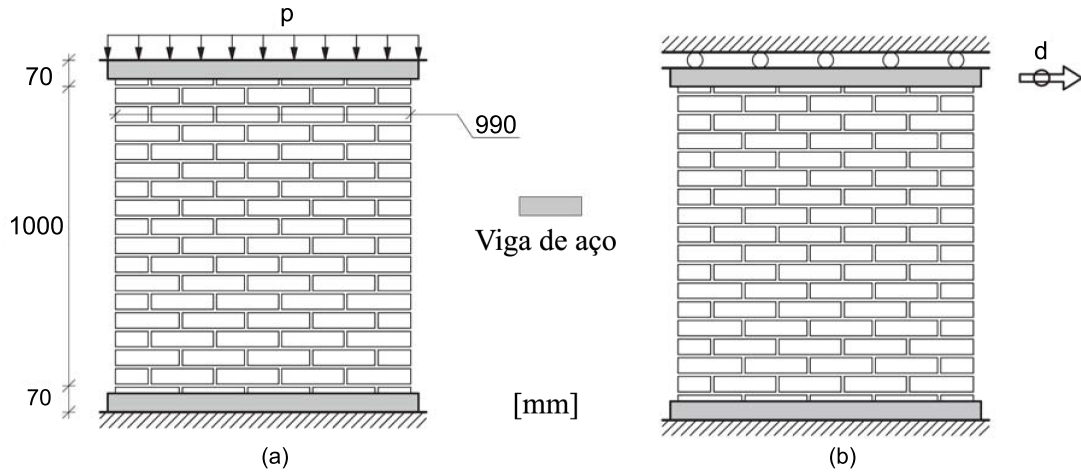


Figura 3.1: Cargas e geometria para as paredes ensaiadas na Universidade Técnica de Eindhoven: (a) fase 1 - carregamento vertical; (b) fase 2 - carregamento horizontal sob controlo de deslocamentos. Adaptado de [19]

3.3 Parede ao corte com abertura JG

Raijmakers e Vermeltfoort [27] realizaram dois ensaios experimentais em paredes de alvenaria com abertura central, J2G e J3G. As paredes são sujeitas a uma carga axial p de 0.3 MPa. A geometria das paredes é igual à descrita anteriormente em 3.2 mas com uma abertura central como é possível ver figura 3.2.

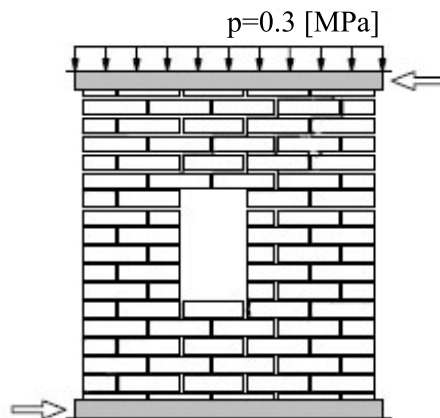


Figura 3.2: Parede de alvenaria com abertura JG. Adaptado de [18]

3.4 Ensaio em viga parede VP

Page [25] ensaiou a viga parede, ver figura 3.3, com as dimensões $757 \times 457 \text{ mm}^2$ apoiada em cada lado em 188 mm. A viga parede é constituída por quartos de tijolo não perfurado. Cada tijolo foi serrado em quatro partes, cada parte tinha uma dimensão aproximada de $122 \times 37 \times 54 \text{ mm}^3$. As juntas de argamassa tinham sensivelmente uma espessura de 5 mm com um rácio cimento: cal: areia: 1:1:6. A aplicação da carga vertical é feita numa viga de aço de 381 mm. Para reduzir a influência humana, na resistência da alvenaria, foi seguido um procedimento de construção de forma, a que os tijolos fossem colocados com um espaçamento regularizado. Os tijolos foram completamente saturados antes de ser aplicada a argamassa. A parede teve uma cura de 6 dias com 24 horas exposta ao ar antes do ensaio.

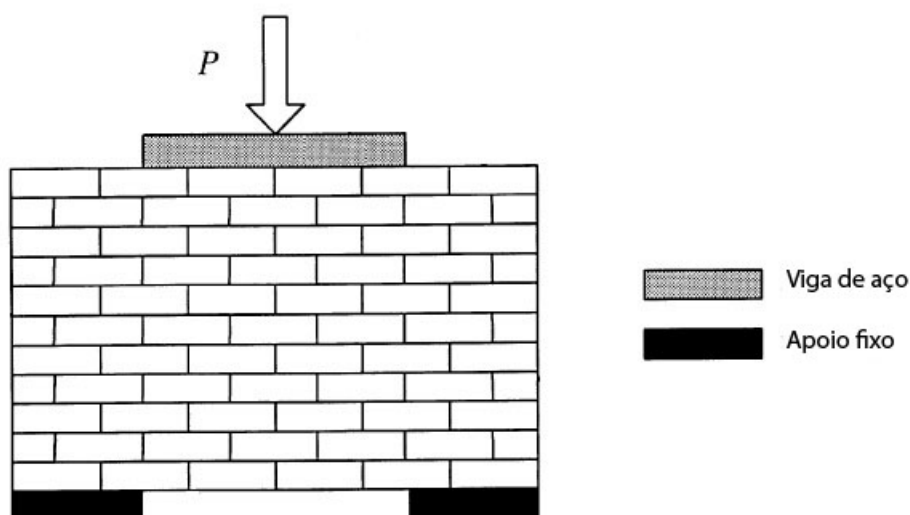


Figura 3.3: Viga parede. Adaptado de [30]

3.5 Ensaio parede de alvenaria com colapso fora do plano FP

Chee Liang [15] conduziu alguns testes com colapso fora do plano da parede. As paredes ensaiadas foram apoiadas num quadro metálico, especialmente concebido, resistentemente aparafusado ao chão. Afim de reduzir ou eliminar o atrito no chão, devido ao peso próprio da parede, todas as paredes foram construídas em cima de placas de aço com rodas, ver figura 3.4. De forma a evitar qualquer restrição da rotação dos apoios, colocou-se material pouco atrítico ao longo de cada apoio, reduzindo o atrito entre a parede e o suporte metálico, ver figura 3.4. Um total de 15 paredes foram testadas por Chee Liang [15], mas neste trabalho apenas 6 paredes são modeladas e testadas (Wall 8, Wall 9, Wall 10, Wall 11, Wall 12, Wall 13). As paredes testadas têm dimensões de $795 \times 1190 \times 53 \text{ mm}^3$, com um rácio L_x/L_y de 0,67. A altura foi mantida, em geral, entre os 1140 mm e os 1200 mm, dependendo da espessura das juntas. Os tijolos têm dimensões de $112 \times 36 \times 53 \text{ mm}^3$ e a espessura média da argamassa ronda os 10 mm. As paredes foram sujeitas a uma força frontal distribuída, aplicada por um air-bag na parede, sendo estas projectadas contra o quadro metálico, ver figura 3.4. Este foi o melhor meio encontrado para conseguir uma distribuição uniforme como defende [15]. Cada air-bag foi feito à medida para se ajustar ao tamanho da parede. Entre o air-bag e a parede foi inserida uma placa de espuma para evitar danos no air-bag devido à fractura dos tijolos e da argamassa.

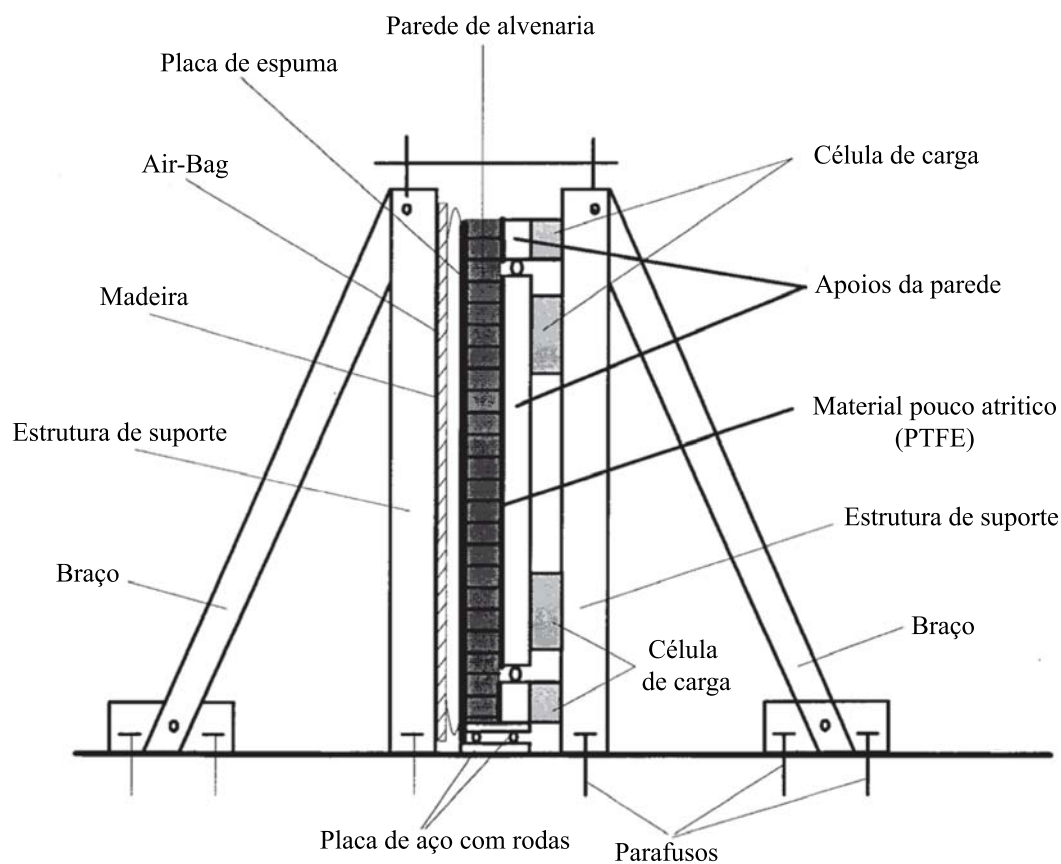


Figura 3.4: Vista lateral da parede na plataforma de testes. Adaptado de [15]

Relativamente às condições de apoio, ver figura 3.5, variam para as diferentes paredes ensaiadas:

- Quatro lados simplesmente apoiados (Wall 8; Wall 12)
- Três lados simplesmente apoiados com um bordo superior livre (Wall 9; Wall 13)
- Três lados simplesmente apoiados com um bordo lateral livre (Wall 10; Wall 11)

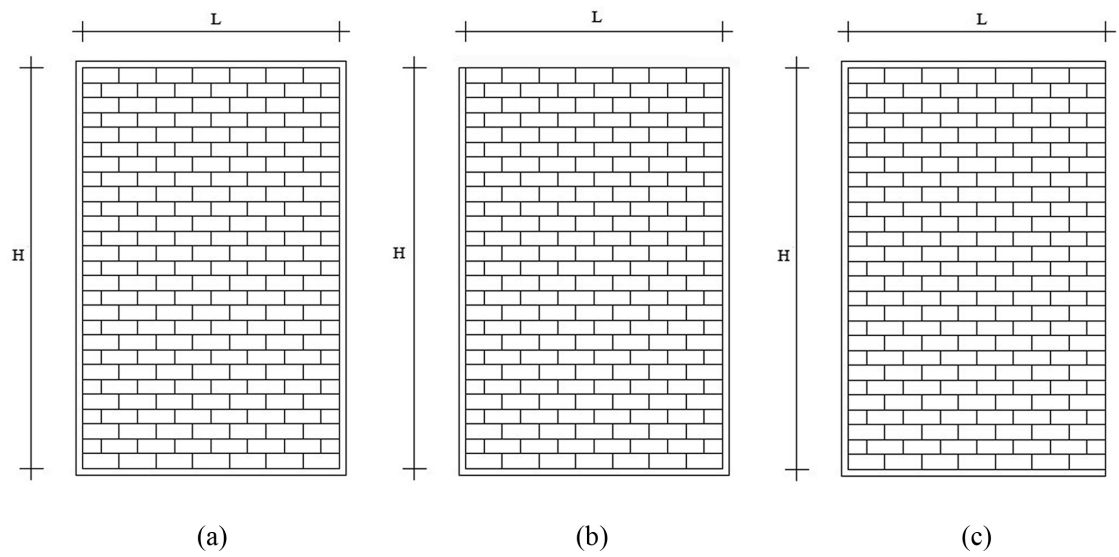


Figura 3.5: Condições de apoio para os diferentes ensaios experimentais: (a) 4 lados simplesmente apoiados; (b) 3 lados simplesmente apoiados, com bordo superior livre; (c) 3 lados simplesmente apoiados, com bordo lateral livre

Capítulo 4

Modelação

4.1 Introdução

O presente capítulo é organizado da seguinte maneira: após uma introdução são abordados alguns conceitos gerais referentes à modelação adoptada, segue-se uma descrição exhaustiva das propriedades dos materiais, por fim, são mencionados os princípios mais relevantes seguidos na modelação de cada ensaio.

Independentemente da estratégia de modelação adoptada, uma modelação numérica eficiente exige uma detalhada descrição do ensaio e dos materiais utilizados. No entanto, a escassa descrição dos ensaios experimentais, impossibilitou a obtenção directa das propriedades dos materiais utilizados nos ensaios. Atendendo a esta dificuldade recorreu-se a propriedades defendidas, por diversos autores, para os respectivos ensaios. Este facto deu origem à realização de várias modelações, para cada ensaio, consoante as propriedades defendidas por cada autor, com excepção do ensaio fora do plano, onde apenas são utilizadas propriedades defendidas por um autor. Estas propriedades são minuciosamente descritas antes de se abordar os princípios seguidos na modelação.

Antes de prosseguir convém frisar novamente que o objectivo deste trabalho é a determinação da carga de colapso, em paredes de alvenaria, recorrendo ao software de cálculo *SUBLIM3d*, que tem como formulação base o teorema cinemático da análise limite, com o intuito de melhorar o conhecimento de estruturas de alvenaria, através do uso de métodos numéricos. Para tal, foram modelados tridimensional-

mente (3D) os quatro diferentes tipos de ensaios descritos no capítulo anterior, de forma a possibilitar a comparação entre os vários valores de carga de colapso obtidos numericamente e sobretudo com os respectivos valores obtidos experimentalmente (retirados da literatura).

4.2 Estratégia de modelação

Uma das grandes dificuldades que limita a utilização dos métodos numéricos, atribui-se ao facto de a alvenaria ser um material compósito e para tal são descritos vários tipos de modelações em seguida.

Visto que a alvenaria é um material compósito constituído por blocos e por juntas de argamassa, então essas mesmas juntas de argamassa funcionam como um plano de fraqueza. Logo, a alvenaria vai ter propriedades distintas para os seus constituintes. Dependendo do tipo de modelação adoptada ter-se-á níveis de precisão diferentes. De um modo geral, a representação da alvenaria é feita através da micro ou macro modelação. Contudo, a escolha do tipo de modelação deve ter em conta os dados experimentais disponíveis, a precisão e o tempo de cálculo. Os diferentes tipos de modelações para a alvenaria são identificados e descritos em seguida, encontrando-se ilustrados na figura 4.1.

- Micro modelação detalhada: os blocos e as juntas de argamassa são representados individualmente por elementos contínuos. A interface entre os blocos e a argamassa é representada por elementos descontínuos;
- Micro modelação simplificada: O tamanho da junta de argamassa considera-se zero, as dimensões dos blocos são expandidas de forma a compensarem o tamanho das juntas de argamassa, ilustrado na figura 4.2. Os blocos consideram-se elementos contínuos e a nova "junta" como um elemento descontínuo.
- Macro-modelação: Os blocos, a argamassa e a interface são transformados num material único e contínuo.

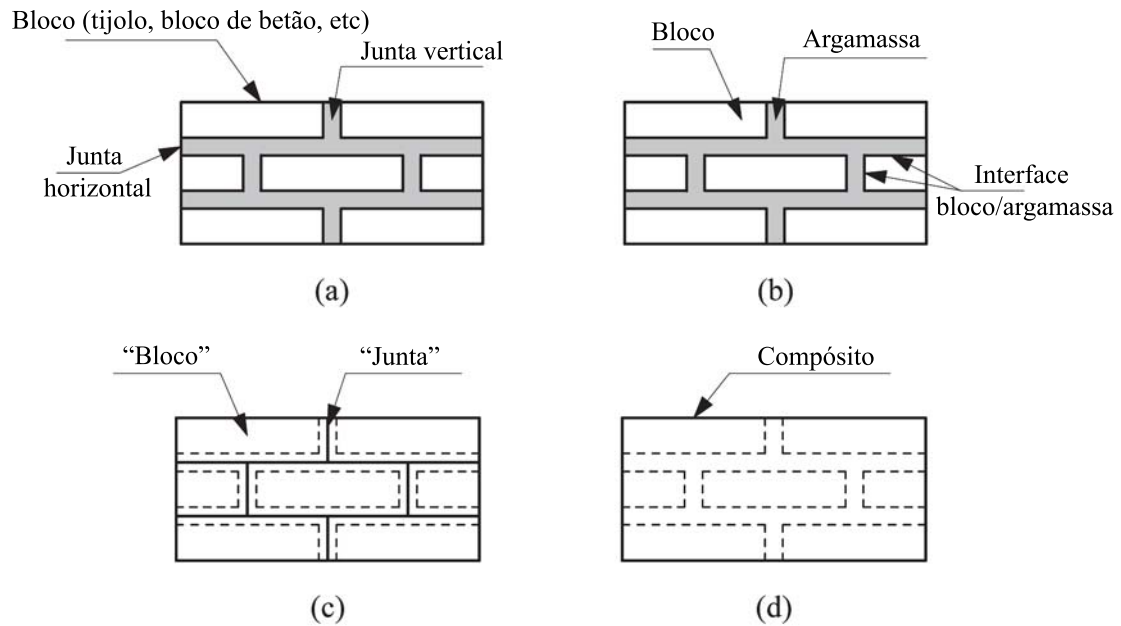


Figura 4.1: Estratégias de modelação para estruturas de alvenaria: (a) alvenaria padrão; (b) micro-modelação detalhada; (c) micro modelação simplificada; (d) macro-modelação. Adaptado de [17]

Numa micro modelação detalhada, figura 4.1(b), os blocos, a argamassa e a interface são modelados separadamente, o que conduz a um estudo mais aprofundado e preciso. Esta modelação é a mais indicada para analisar o comportamento local de estruturas de alvenaria, nomeadamente os detalhes estruturais, como por exemplo aberturas de portas e janelas. No entanto, esta exige ferramentas de cálculo sofisticadas, as análises acarretam uma exigência computacional elevada que se vai intensificando à medida que se refina a malha ou aumenta a dimensão da estrutura de alvenaria analisada. Esta dificuldade vai ter uma correlação directa com o tempo de cálculo que se pretende despendar, acentuando-se principalmente quando se pretende analisar um edifício à escala real, sendo o número de blocos e juntas elevado, o que torna impraticável a modelação de todos os elementos.

A micro-modelação simplificada, figura 4.1(c), é a modelação adoptada neste trabalho, a argamassa é representada por duas interfaces sem espessura enquanto o bloco é expandido até à linha média da argamassa, como se pode observar na figura 4.2, mantendo assim inalterada a geometria inicial da parede de alvenaria. É uma aproximação intermédia onde a argamassa e as interface bloco/argamassa são aglomeradas num elemento comum, enquanto que os blocos são representados como elementos

expandidos. A alvenaria é assim vista como um conjunto de blocos separados pela linha de ruptura das juntas. Deste modo, atribui-se propriedades para os tijolos e para as "juntas" de argamassa. Alguma precisão é obviamente perdida. No entanto, a redução da intensidade computacional e a inclusão dos principais modos de ruptura das alvenarias, leva a que micro-modelação simplificada seja uma modelação utilizada num vasto campo de estruturas.

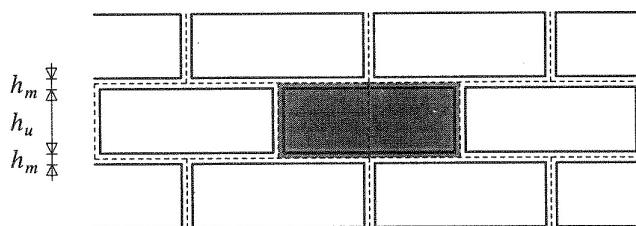


Figura 4.2: Modelação da dimensão do bloco até à linha média. Adaptado de [19]

A macro-modelação, figura 4.1(d), não faz distinção entre os blocos e as juntas de argamassa considerando a alvenaria como um material homogéneo, contínuo e anisotrópico. Esta é aplicada quando as estruturas são compostas por paredes sólidas com largura suficiente para que as tensões e extensões sejam uniformes ao longo do comprimento. Para obter as propriedades físicas referentes ao composto são necessários ensaios em amostras, com dimensões tais, que confirmem homogeneidade ao material e estejam sujeitas a estados de tensão e deformação (sendo as relações estabelecidas em termos de tensões e extensões médias). A macro modelação é mais prática, devido ao reduzido tempo de modelação e à reduzida memória requerida pela máquina para obter resultados. Este tipo de modelação é o mais indicado quando uma relação entre precisão e eficiência é necessário.

Tanto uma micro ou macro modelação de estruturas de alvenaria requerem uma precisa descrição experimental. No entanto, as propriedades da alvenaria são influenciadas por um largo número de factores como: propriedades da argamassa; propriedades dos blocos; disposição das juntas verticais e horizontais da argamassa; anisotropia dos blocos; dimensões dos blocos; dimensão da junta de argamassa; qualidade da mão-de-obra; grau de cura efectuada; ambiente de exposição e idade.

Devido a esta diversidade de parâmetros, apenas recentemente a comunidade científica tem vindo a demonstrar interesse em modelos sofisticados de alvenarias, em oposição às fórmulas empíricas. Além destes factores, existe ainda a dificuldade acrescida na obtenção de dados experimentais fiáveis e úteis, necessários para a modelação numérica.

4.2.1 Modos de ruptura

Uma micro modelação precisa da parede de alvenaria, deve incluir todos os tipos de ruptura, ver figura 4.3, que geralmente ocorrem. Os cinco tipos de ruptura descritos por Lourenço e Rots [21] são:

- i. Fendilhação da junta
- ii. Deslizamento da junta
- iii. Fendilhação em tracção pura do bloco
- iv. Fendilhação diagonal do bloco
- v. Esmagamento da alvenaria

Como é possível observar na figura 4.3 os fenómenos (a) e (b) ocorrem devido à ruptura da junta de argamassa. O fenómeno (c) deve-se à ruptura do bloco. Os fenómenos (d) e (e) são mecanismos de ruptura mista (junta de argamassa e bloco). Todos os mecanismos de ruptura descritos são contemplados na micro-modelação simplificada, utilizada neste trabalho.

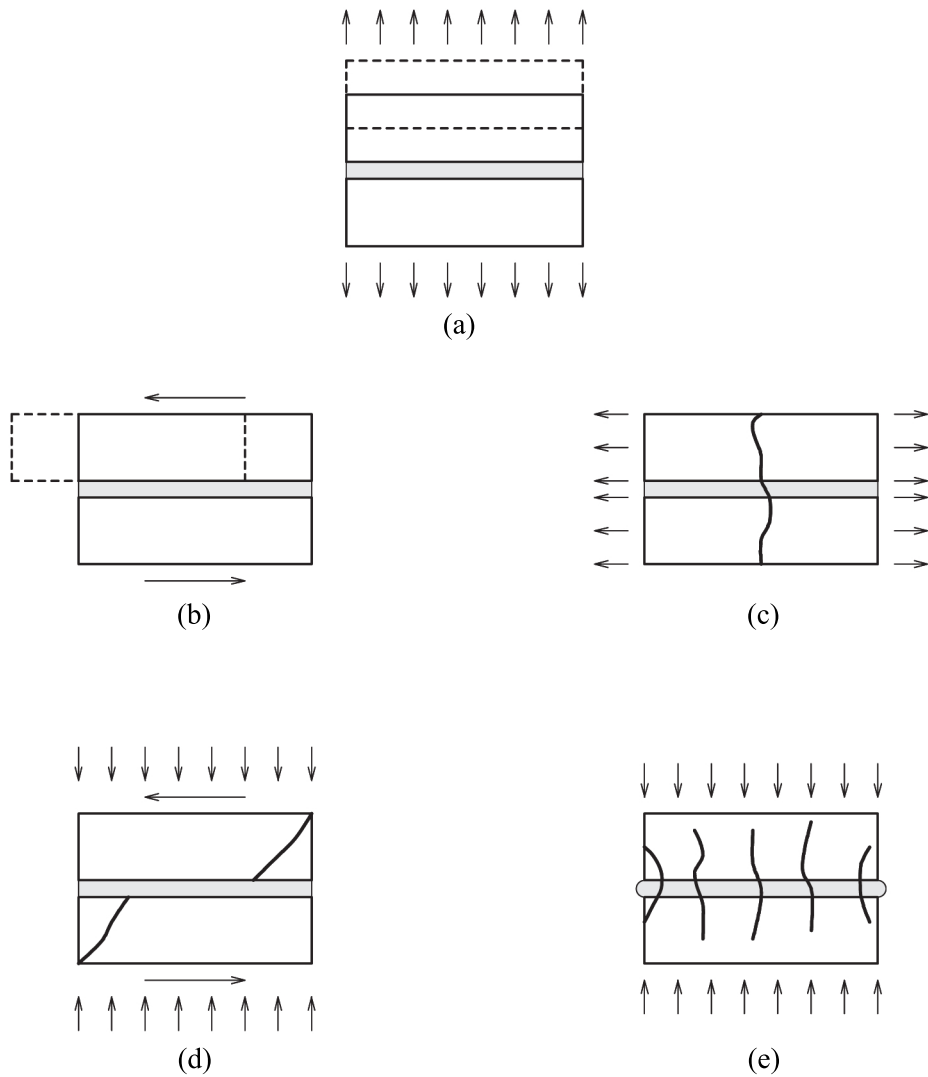


Figura 4.3: Mecanismos de ruptura da alvenaria: (a) fendilhação da junta; (b) deslizamento da junta; (c) fendilhação em tracção pura do bloco; (d) fendilhação diagonal do bloco; (e) esmagamento da alvenaria. Adaptado de [17]

4.2.2 Software utilizado na modelação

Para o estudo desenvolvido neste trabalho, utiliza-se dois softwares distintos *ANSYS* e *SUBLIM3d*.

Utilizou-se o software comercial de elementos finitos *ANSYS*, para a modelação geométrica. Significando isto que a utilização deste software comercial, corrente

no âmbito da engenharia civil, apenas é utilizado para modelar geometricamente as estruturas, não efectuando qualquer tipo de cálculo da carga de colapso. Neste software, além de se modelar geometricamente a estrutura da parede, define-se a malha, as condições de apoio e o local onde são aplicadas as forças. É de referir que as restrições e as forças têm que ser aplicadas nos nós formados pela malha, de modo a tornar compatível a leitura quando se exportar o ficheiro para *SUBLIM3d*, o programa de cálculo efectivo.

O *convert* e o *DisMesh3d* são ferramentas auxiliares que assistem o programa *SUBLIM3d*. A aplicação *convert*, como o próprio nome sugere, permite converter o ficheiro de dados proveniente do *ANSYS*. Este conversor possibilita a introdução de diversas propriedades: definir o critério de cedência (Tresca, Von Mises, Mohr-Coulomb ou Drucker-Pager); definir as propriedades do material contínuo (tijolo); definir o tipo de carga (fixa ou incremental); o valor da carga e o peso próprio do tijolo. Considera-se como carga fixa aquela que se encontra aplicada à estrutura com um valor constante, em oposição, a denominada carga incremental é aquela cujo valor vai progressivamente aumentando até que ocorra o colapso da estrutura.

Alem destas aplicações, o *convert* transforma cada hexaedro, formado pela delimitação da malha definida em *ANSYS*, em 24 tetraedros. Desta maneira, o *convert* subdivide a malha inicialmente delimitada aumentando os mecanismos de colapso possíveis, ou seja, consequentemente esta subdivisão conduz a uma melhor aproximação da carga de colapso. Cada tetraedro é formado por dois nós posicionados nos vértices do hexaedro, um nó situado a meio de uma das faces do hexaedro na intersecção das diagonais e por fim o nó central correspondente ao baricentro do hexaedro. A ilustração do procedimento encontra-se na figura 4.4.

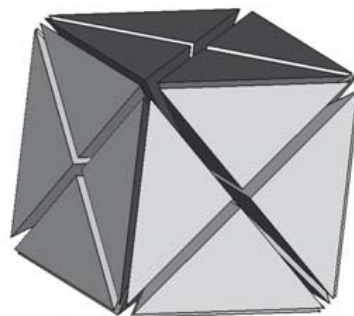


Figura 4.4: Divisão de 1 hexaedro em 24 tetraedros. Retirado de [29]

A aplicação *DisMesh3D* tem como funcionalidade introduzir uma descontinuidade entre os blocos (tijolos). Para que tal aconteça na interface dos blocos, ou seja na zona de espessura nula onde ocorre contacto entre blocos, é introduzido um conjunto de elementos degenerados sem espessura, para formulação de uma malha, de forma a possibilitar a formação de uma linha de ruptura na junta de argamassa, simulando as suas características mecânicas. Estes elementos degenerados são obtidos colapsando as coordenadas de dois nós do mesmo elemento. Deste modo, a descontinuidade introduzida em 3D dá origem à formulação de 3 tetraedros degenerados, como ilustra a figura 4.5, sendo estes constituídos respectivamente pelos nós: 1-2-3-4, 2-4-5-6 e 2-3-4-6.

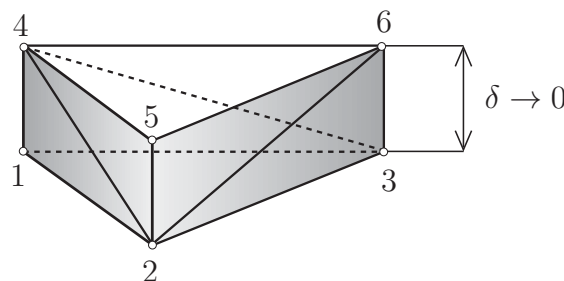


Figura 4.5: Elemento degenerado nas juntas de argamassa entre blocos. Retirado de [29]

É também através do *DisMesh3D* que se definem as propriedades da descontinuidade (argamassa) assim como o seu tipo de cedência (Tresca, Von Mises, Mohr-Coulomb ou Drucker-Prager).

Após a modelação geométrica estar concluída, aliada a uma completa definição das propriedades dos constituintes da alvenaria (tijolo e argamassa), está-se em condições de recorrer ao software desenvolvido por Vicente da Silva [29], denominado *SUBLIM3d* (informação aprofundada do *SUBLIM3d* em [29]). Este software tem como base de formulação a teoria da Análise Limite, mais em concreto o teorema cinemático, estimando a carga de colapso, com o intuito de obter valores próximos dos da solução experimental. O *SUBLIM3d* funciona através de um processo iterativo até chegar à carga de colapso.

4.3 Considerações Adoptadas na Modelação

4.3.1 Critério de Cedência

No presente estudo o critério de cedência utilizado para ambos os constituintes da alvenaria (tijolo e argamassa) é um critério *Mohr-Coulomb*. Este é definido segundo dois parâmetros, ângulo de atrito (ϕ) e coesão (c). O critério de cedência utilizado pode ser observado na figura 4.6.

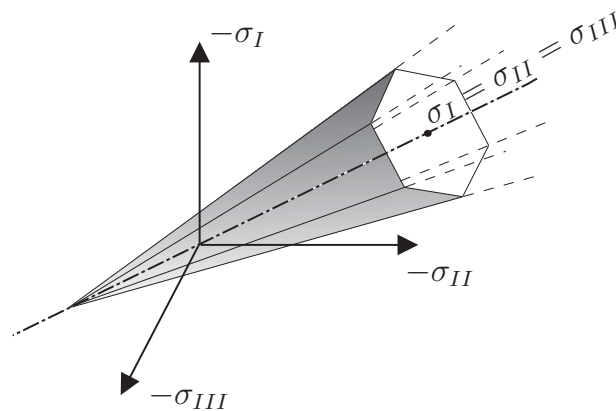


Figura 4.6: Mecanismo de cedência *Mohr-Coulomb* utilizado na modelação do tijolo e argamassa. Adaptado de [29]

O software de cálculo utilizado, *SUBLIM3d*, tem algumas limitações referentes ao critério de cedência utilizado. O software, na vertente tridimensional (3D), ainda não tem implantado a possibilidade de utilizar um critério de cedência sem ser linear, ou seja, não permite utilizar truncaturas. No entanto, esse factor não será um obstáculo neste trabalho, para se conseguir boas aproximações da carga de colapso, como se verificará posteriormente.

Deve-se apenas referir, apesar de não ser o âmbito deste estudo, que existe um leque de critérios de cedência defendidos por diversos autores, ver figura 4.7. Usualmente são utilizados critérios com truncatura de tracção e/ou compressão. Caso se trate de critérios (bilineares, trilineares, etc) as linhas de cedência são definidas por ϕ_i , c_i . Existem outros exemplos como os critérios de cedência mista, ou seja, são definidos por diferentes tipos de linhas de cedência (uma parte linear e outra circular) ou critérios de cedência hiperbólica, definidos por linhas de cedência hiperbólicas. Alguns exemplos são descritos em seguida.

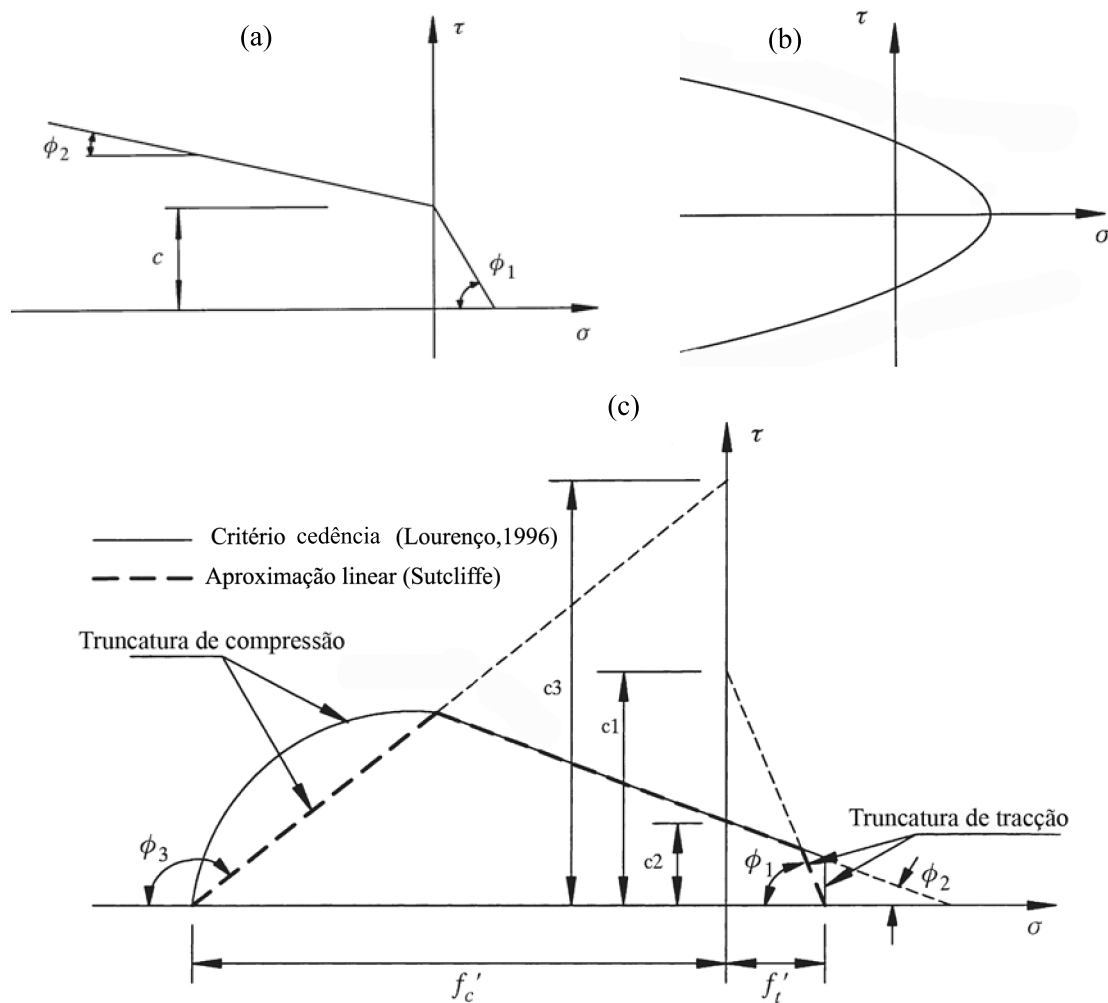


Figura 4.7: Diferentes tipos de critérios de cedência: (a) Cedência com truncatura de tracção [25] (b) Cedência hiperbólica [16] (c) Cedência adoptada por [18] e aproximada por 3 separadas linhas de cedência lineares *Mohr-Coulomb* [30]. Adaptado de [30]

Page [25] utilizou no seu estudo um critério de cedência bilinear, com truncatura de tracção ilustrado na figura 4.7(a). Loffi e Shing [16] optaram por fazer um estudo utilizando um critério de cedência hiperbólico, ver figura 4.7(b) Lourenço [18], utiliza na sua modelação, um critério de cedência com truncatura de tracção recta e uma truncatura de compressão curva, enquanto por sua vez Sutcliffe *et al.* [30] baseia-se no critério utilizado por Lourenço [18] e aproxima-o através de três separadas linhas de cedência lineares *Mohr-Coulomb*, ver figura 4.7(c).

Existem autores que utilizam vários valores de ϕ e c , de forma a descreverem o critério de cedência, uma vez que utilizam critérios de cedência com truncatura associada (tracção e/ou compressão). Quando isto se verifica neste trabalho, optou-se pelo menor valor de ϕ e o respectivo c . Nos ensaios específicos, onde se verificou esta situação, voltará a ser mencionada a simplificação efectuada. Relembra-se o leitor que, devido à limitação do *SUBLIM3d*, vai-se desprezar qualquer tipo de truncatura (tracção e/ou compressão). Recorde-se que, apesar desta simplificação, vão-se obter boas aproximações da carga de colapso numericamente.

4.3.2 Peso próprio da alvenaria

O peso específico da alvenaria pode ser contabilizado de uma maneira aproximada na modelação, colocando o valor do peso específico do tijolo no *SUBLIM3d*. Por outro lado, o peso específico do tijolo ou outro dado que possibilite a determinação do mesmo, é algo que não é usualmente descrito pela comunidade científica que efectua os ensaios experimentais. Através de um estudo feito por Vermeltfoort [31] é divulgado o peso específico de diversos tijolos vulgarmente utilizados em alvenarias. Não sabendo exactamente o tipo de tijolo utilizado nos ensaios experimentais de alvenaria, adoptou-se, na modelação um valor de 1800 kg/m^3 com a mesma ordem de grandeza dos apresentados no estudo de Vermeltfoort [31].

No entanto, modelaram-se alguns ensaios e verificou-se que a consideração do peso próprio da alvenaria não é significativo no valor obtido da carga de colapso. Nos ensaios ao corte estudados, 3.2 e 3.3, a influência do peso da alvenaria na carga total aplicada à estrutura varia entre 0.95% e 6.7%, conforme o carregamento, resultando numa variação insignificante na carga de colapso, sendo esta inferior a 0.5%. Na viga parede, 3.4, a variação da carga de colapso, com e sem peso da alvenaria, é inferior a 0.5%. Por fim, no ensaio colapso fora do plano, 3.5, onde a única carga vertical existente é o peso próprio da alvenaria, poderia ser o caso mais significativo mas verifica-se novamente que o peso da alvenaria não vai ser relevante na carga de colapso, variando a carga entre 1% e 2%, conforme as condições de apoio. Conclui-se então que a variação da carga de colapso não é significativa quando se contabiliza o peso próprio da alvenaria, e, aliado ao facto de ser desconhecido o tipo exacto de tijolo utilizado nos ensaios experimentais, o peso próprio da alvenaria vai ser desprezado no decorrente trabalho.

4.3.3 Influência da Dilatância

Na Análise Limite, dada a complexidade dos problemas, fazem-se algumas considerações, mantendo um compromisso entre a possibilidade de obter soluções e a sua exactidão. Como referido anteriormente em 2.4, considera-se o material perfeitamente plástico e a lei do fluxo associada, conduzindo a um ângulo de dilatância igual ao ângulo de atrito $\psi = \phi$.

Por um lado Lourenço [18] refere, com base em gráficos experimentais apresentados na figura 2.6, que para valores altos de confinamento, o ângulo de dilatância ψ tende para zero e utiliza esse valor na sua modelação, tal como Attard *et al.* [4]. Por outro lado, os estudos feitos por Sutcliffe *et al.* [30] e Milani [24], uma vez que têm por base a análise limite com a lei do fluxo associada, consideraram $\psi = \phi$. No presente trabalho, atendendo a que se considera a lei do fluxo associada, assume-se $\psi = \phi$ em todas as modelações.

Como se veio a verificar esta aproximação ($\psi = \phi$) não compromete a qualidade dos resultados, ou seja, existe uma boa concordância entre as cargas de colapso numéricas e experimentais. No entanto esta consideração, é mais relevante nos ensaios onde existe uma maior solicitação axial, assunto que será abordado em detalhe no capítulo seguinte.

4.4 Propriedades dos Materiais

Inicialmente procedeu-se a uma pesquisa das propriedades recorrendo apenas à descrição dos ensaios experimentais. Devido ao facto dos dados experimentais, fornecidos pela comunidade científica experimental, serem escassos, torna-se difícil a obtenção directa das propriedades dos materiais utilizados na experiência. Deste modo, muitas das vezes, essas propriedades são estimadas ou aproximadas de diversas maneiras pelos investigadores. Esta situação conduziu a que neste trabalho as propriedades utilizadas para os materiais, fossem propriedades defendidas por diversos autores, que são apresentadas neste mesmo capítulo no ponto 4.4.1 e 4.4.2.

Atendendo a que o objectivo deste trabalho é estimar a carga de colapso, através da análise limite, e, como já foi referido anteriormente em 2.1, considerando um material elástico-perfeitamente plástico, existe um teorema que demonstra que a

carga de colapso obtida é independente da componente elástica do material, ou seja, apenas é necessário ter em conta a componente plástica do material. Esta é uma grande vantagem da Análise Limite, tornando-a numa ferramenta de cálculo largamente utilizada para o estudo da carga de colapso em estruturas de alvenarias, visto requerer apenas um reduzido número de propriedades dos materiais.

Desta forma, para determinar a carga de colapso, apenas é necessário caracterizar a parte plástica dos materiais (tijolo e argamassa). Para tal, basta conhecer o ângulo de atrito (ϕ) e a respectiva coesão (c). Como referido anteriormente, muitas vezes estes parâmetros não são descritos pelos autores que realizam os ensaios experimentais nas paredes de alvenaria, consequentemente, alguns investigadores utilizam diversas maneiras para estimarem as propriedades características dos materiais, necessárias para efectuarem as respectivas modelações. De forma a estimarem as propriedades, executam ensaios aos constituintes da alvenaria (tijolo e argamassa), semelhantes aos utilizados no ensaio experimental, ou recorrem a estudos, onde são obtidas relações médias dos constituintes e através de alguns dados experimentais fornecidos, conseguem estimar as propriedades pretendidas, ou executam testes paramétricos de forma a verificarem qual a conjugação de valores que mais se ajustam ao modelo.

Relembre-se que neste trabalho todas as propriedades utilizadas para caracterizar os materiais (tijolo e argamassa) são provenientes directamente de outros autores, ou através de relações fornecidas pelos mesmos. Assim, nos três primeiros ensaios, com solicitação no plano, 3.2; 3.4 e 3.3, anteriormente descritos, existe uma concordância entre os autores, [4] [18] e [30], relativamente às propriedades da argamassa (c e ϕ). O mesmo já não acontece relativamente às propriedades do tijolo (c e ϕ), levando à obtenção de diferentes resultados da carga de colapso numericamente. No último ensaio, solicitado fora do plano, 3.5, apenas são testadas as propriedades fornecidas por um único autor, Milani [24], para o qual se verifica uma boa concordância entre os valores da carga de colapso, numéricos e experimentais.

Com os resultados conseguidos, é possível comparar os valores numéricos obtidos para cada autor com os experimentais, verificando quais as propriedades que melhor aproximam o comportamento da parede da realidade, tendo em conta o tipo de modelação utilizada. Deste modo, pretende-se validar os modelos tridimensionais agregados a propriedades ajustadas, que descrevam uma eficiente aproximação da carga de colapso obtida através do software *SUBLIM3d*.

De maneira a simplificar a percepção do leitor, todas as propriedades encontram-se organizadas em tabelas no subcapítulo 4.5, antes da descrição detalhada das modelações. No capítulo seguinte apresentam-se os resultados obtidos para as diferentes propriedades dos materiais. Posteriormente serão apresentadas conclusões referentes às cargas de colapso numéricas, obtidas com as propriedades fornecidas por cada autor, e comparadas com a respectiva carga de colapso experimental (retirada da literatura).

4.4.1 Descrição das propriedades referentes aos ensaios no plano da parede, Parede ao Corte, com e sem abertura e Viga Parede (JD JG e VP)

De forma a modelar os ensaios utilizam-se características dos materiais defendidas pelos três autores seguintes.

4.4.1.1 Propriedades dos materiais baseadas nos dados de Lourenço [18]

Numa primeira análise utilizam-se valores fornecidos por Lourenço [18], onde este descreve que as propriedades por ele utilizadas, dos diferentes materiais, foram obtidas por Raijmakers e Vermeltoort [27], Vermeltoort e Raijmakers [32] e CUR [10] através de amostras, recolhidas dos ensaios experimentais, e por resultados existentes que relacionam tensões descritos em seguida.

Nas propriedades do tijolo não são descritos quaisquer valores de c ou ϕ . No entanto, Lourenço [18] refere que Schubert [28] executou um extensivo programa de testes e obteve um rácio entre tensão de tracção (f_t) e tensão de compressão (f_c) que varia entre 0.03 e 0.10. Para o tijolo Lourenço [18] assume um valor de tensão de tracção (f_t), assim através do rácio fornecido determinou-se a tensão de compressão (f_c), possibilitando a construção de dois círculos de *Mohr*, figura 4.8. Recorrendo à envolvente de ruptura, determina-se o ângulo de atrito (ϕ) e a respectiva coesão (c), referentes ao tijolo, como é demonstrado a seguir e sintetizado no subcapítulo 4.5. Utiliza-se o valor médio do rácio (0.065), atendendo que após a execução de vários ensaios numéricos, verifica-se que os valores relativamente à carga de colapso, têm uma oscilação pequena relativamente ao uso de valores extremos.

As propriedades plásticas, ϕ e c da argamassa são fornecidas directamente por Lourenço [18] e estão descritas no subcapítulo 4.5.

Através de relações elementares de trigonometria, apresentadas em seguida, determinaram-se as propriedades do tijolo para o caso em estudo.

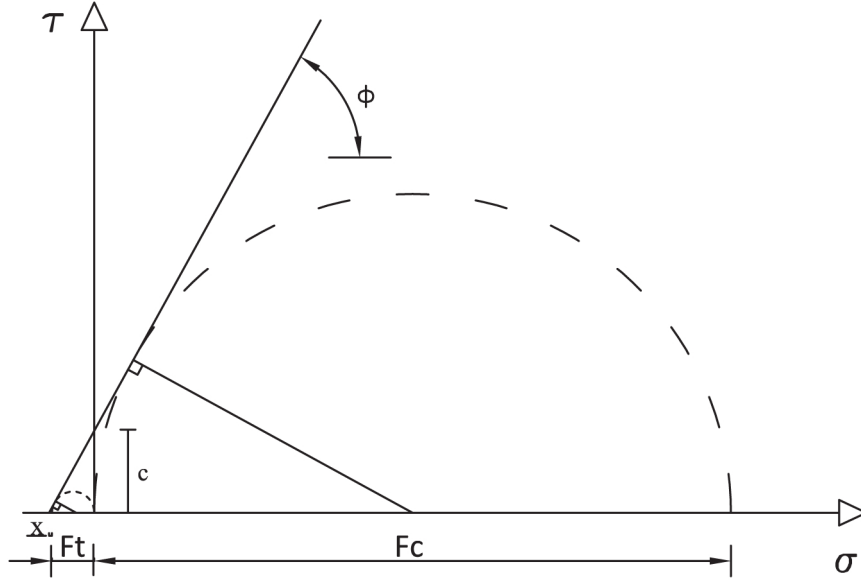


Figura 4.8: Determinação das propriedades do tijolo através da envolvente de ruptura do círculo de Mohr. Convenção geomecânica - compressão positiva; tracção negativa.

Visto que,

$$\frac{f_t}{f_c} = 0.065 \quad (\text{Valor médio}) \quad (4.1)$$

Logo:

$$\begin{cases} f_t = 2.0 \text{ MPa (valor retirado de [18])} \\ f_c = 30.77 \text{ MPa} \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\sin \phi = \frac{\frac{f_c}{2}}{\frac{f_c}{2} + f_t + X} \quad (4.3)$$

$$\sin \phi = \frac{\frac{f_t}{2}}{\frac{f_t}{2} + X} \quad (4.4)$$

Da equação 4.3 e 4.4 obtém-se :

$$\begin{cases} X = 0.139 \text{ mm} \\ \phi = 61.395^\circ \end{cases} \quad (4.5)$$

Sabendo também :

$$\tan \phi = \frac{c}{f_t + X} \quad (4.6)$$

Substituindo os valores obtidos em 4.5 na equação 4.6 obtém-se:

$$c = 3.92 \text{ MPa} \quad (4.7)$$

4.4.1.2 Propriedades dos materiais baseadas nos dados de Sutcliffe *et al.* [30]

Sutcliffe *et al.* [30] refere que os valores adoptados para a sua modelação têm por base a análise feita por Lourenço [18], mas afirma que este não tem os valores de ϕ e c bem definidos para o tijolo. Assim executa uma análise de sensibilidade, recorrendo a um estudo paramétrico. Um valor típico de resistência do tijolo é imposto, fazendo variar a coesão (c) entre 1 e 5 *MPa* e o ângulo de atrito (ϕ) entre 30° e 70°.

Relativamente às propriedades da argamassa Sutcliffe *et al.* [30], utiliza por base as propriedades referidas por Lourenço [18], no entanto, utiliza um critério de cedência trilinear, com uma truncatura de tracção e de compressão. Como já foi referido anteriormente, o programa de cálculo utilizado *SUBLIM3d* apenas permite definir critérios de cedência lineares. Deste modo, utiliza-se o menor ângulo de atrito ϕ para definir o critério de cedência da argamassa, coincidindo os valores de c e ϕ com os utilizados por Lourenço [18]. As propriedades encontram-se no subcapítulo 4.5

4.4.1.3 Propriedades dos materiais baseadas nos dados de Attard *et al.* [4]

Attard *et al.* [4] fez um estudo com o intuito de obter o comportamento global da parede de alvenaria, tendo em atenção as características plásticas dos materiais (tijolo e argamassa). Na sua modelação utiliza um critério de cedência *Mohr – Coulomb* com truncatura de tracção, tal como foi referido anteriormente neste trabalho, utilizam-se apenas critérios de cedência *Mohr-Coulomb* lineares sem qualquer tipo de truncatura.

Attard *et al.* [4] menciona que Lourenço [18] assume uma tensão de tracção de 2 MPa. Contudo, Attard *et al.* [4] discorda deste valor referindo que, para permitir que ocorra fractura do tijolo é necessário que exista uma modelação com valores coerentes de resistência. Todavia, essas propriedades não são disponibilizadas no ensaio experimental executado por Raijmakers e Vermeltfoort [32]. Deste modo, Attard *et al.* [4] opta por utilizar, na sua modelação, propriedades de dois tijolos (F e G), obtidas através de testes paramétricos. Estes tijolos dispõem de propriedades menos resistentes, de modo a incorporarem uma ruptura mista (tijolo e argamassa). Ver propriedades no subcapítulo 4.5.

Relativamente às propriedades da argamassa Attard *et al.* [4] utiliza as mesma defendidas por Lourenço [18].

As propriedades dos tijolos (F e G) também foram utilizadas na modelação do ensaio viga parede, 3.4, apesar de Attard *et al.* [4] não ter executado esse ensaio. Esta consideração foi feita atendendo ao facto de Lourenço [18] e Sutcliffe *et al.* [30] terem considerado o mesmo material em todas as suas modelações dos ensaios (parede ao corte, 3.2 e 3.3 e viga parede 3.4). Logo o mesmo princípio foi seguido neste trabalho.

4.4.2 Descrição das propriedades referentes ao ensaio com colapso Fora do Plano (FP)

Os ensaios, conduzidos por Liang [15], relativos ao estudo do valor da carga de colapso fora do plano, 3.5, de uma parede de alvenaria, foram estudados por Milani [24] e por Macorini e Izzuddin [23] (baseando-se nas propriedades de [24]). Milani [24] na sua modelação, utiliza um critério *Mohr-Coulomb* linear para o tijolo, refe-

rindo que adoptou as propriedades retiradas de Oliveira [7], com base num trabalho experimental conduzido por Binda *et al.* [5] [6], para caracterizar as propriedades mecânicas do tijolo e da argamassa, descritas na tabela 4.4.

Relativamente às propriedades da argamassa, Milani [24] executou testes paramétricos, assumindo um valor característico de $\phi = 30^\circ$, fazendo variar os valores de c de forma a determinar o que melhor descrevia o comportamento da alvenaria. Contudo, utiliza um critério de cedência com truncatura de tracção e compressão. Este é definido por vários parâmetros, tal como foi referido anteriormente, neste estudo considerou-se apenas o menor valor de ϕ e correspondente c , desprezando as truncaturas de tracção e compressão. As propriedades são apresentadas na tabela 4.4.

4.5 Apresentação das Propriedades

Tabela 4.1: Propriedades dos materiais utilizados na modelação tridimensional dos ensaios Parede ao corte sem abertura (J4D e J5D) 3.2 e com abertura (JG) 3.3

J4D/J5D/JG	Tijolo		Argamassa	
	Atrito ϕ ($^\circ$)	Coesão c (MPa)	Atrito ϕ ($^\circ$)	Coesão c (MPa)
Lourenço	61.39	3.92	36.87	0.35
Attard F	36.87	1.00	36.87	0.35
Attard G	36.87	1.80	36.87	0.35
Sutcliffe	45.00	2.00	36.87	0.35

Tabela 4.2: Propriedades dos materiais utilizados na modelação tridimensional dos ensaios Parede ao corte sem abertura (J6D e J7D) 3.2

J6D/J7D	Tijolo		Argamassa	
	Atrito ϕ ($^{\circ}$)	Coesão c (MPa)	Atrito ϕ ($^{\circ}$)	Coesão c (MPa)
Lourenço	61.39	3.92	36.87	0.224
Attard F	36.87	1.00	36.87	0.224
Attard G	36.87	1.80	36.87	0.224
Sutcliffe	45.00	2.00	36.87	0.224

Tabela 4.3: Propriedades dos materiais utilizados na modelação tridimensional do ensaio Viga parede 3.4

VP	Tijolo		Argamassa	
	Atrito ϕ ($^{\circ}$)	Coesão c (MPa)	Atrito ϕ ($^{\circ}$)	Coesão c (MPa)
Lourenço	61.39	3.92	36.87	0.406
Attard F	36.87	1.00	36.87	0.406
Attard G	36.87	1.80	36.87	0.406
Sutcliffe	45.00	2.00	36.87	0.406

Tabela 4.4: Propriedade dos materiais utilizados na modelação tridimensional do ensaio com colapso fora do plano 3.5

FP	Tijolo		Argamassa	
	Atrito ϕ ($^{\circ}$)	Coesão c (MPa)	Atrito ϕ ($^{\circ}$)	Coesão c (MPa)
Milani	45.00	1.00	30.00	0.35

4.6 Modelação dos Ensaios Experimentais

Relembra-se ao leitor que, a construção dos modelos de alvenaria e a malha de elementos finitos, foram realizadas através da interface gráfica do software *ANSYS*, ou seja, o *SUBLIM3d* funciona apenas como um código de cálculo, não tendo um modo de pré-processamento para a modelação geométrica.

4.6.1 Modelação da parede ao corte sem abertura

Atendendo que a estratégia de modelação adoptada é a micro-modelação simplificada, redimensionaram-se as dimensões do tijolo, aumentando-as até à linha média da espessura de argamassa, garantindo que se mantêm as dimensões iniciais da parede de alvenaria inalteradas. Em termos de dimensões, a preocupação principal na modelação é assegurar que a altura livre (16 fileiras) também seja mantida inalterada, que é onde vai ocorrer a principal zona de ruptura. Analisando as extremidades da parede, verifica-se que a viga de aço inferior tem a função de encastrar a parede, enquanto a viga de aço superior é utilizada para aplicar as cargas e encontra-se impedida de rodar através de 3 conectores verticais. Procede-se à modelação geométrica em *ANSYS*. De uma maneira simplificada simula-se o efeito da viga de aço inferior (encastramento), considerando-se uma fileira inferior de tijolo encastrada, com a altura de tijolo que sobressai da viga de aço inferior, ver figura 4.9. Desta maneira, é simulada a pequena dimensão de tijolo saliente da viga de aço inferior, onde existe possibilidade de ocorrer ruptura. Relativamente à viga de aço superior, onde é aplicado o carregamento da parede de alvenaria, devido à dificuldade anteriormente descrita por Attard *et al.* [4], optou-se por realizar duas modelações distintas, uma com a possibilidade de rotação e outra sem possibilidade de rotação, com o intuito de fazer uma aproximação do ensaio experimental, o mais fiel possível. O deslocamento fora do plano (z) é restrito em ambas as vigas (superior e inferior).

Atendendo que as juntas de argamassa não têm espessura, visto tratar-se de uma micro-modelação simplificada, utilizou-se um "artifício" na modelação em *ANSYS*, de forma a simplificar a atribuição das diferentes propriedades aos tijolos e à argamassa. No programa *ANSYS*, um tijolo em contacto com outro é definido com propriedades diferentes, ou seja, uma fileira alterna entre propriedade 1 e propriedade 2, e outra fileira adjacente alterna entre propriedade 3 e propriedade 4 e assim sucessivamente

até completar a parede de alvenaria, ver figura 4.9. Possibilita, deste modo, que o programa *SUBLIM3d* interprete, como junta de argamassa, o local onde existe contacto entre tijolos com propriedades diferentes. Assim, ambas as juntas verticais e horizontais são contabilizadas. Apesar deste "artifício", no *SUBLIM3d* atribuem-se as mesmas propriedades aos "diferentes" tijolos, visto serem todos iguais. Raciocínio semelhante é seguido para a viga de aço superior, atribuindo uma propriedade 5 no *ANSYS*, de forma a permitir que no *SUBLIM3d* esta seja considerada como um material infinitamente rígido. Na interface em contacto com o material 5 considera-se ausência de escorregamento. A malha ortogonal utilizada encontra-se representada na figura 4.9.

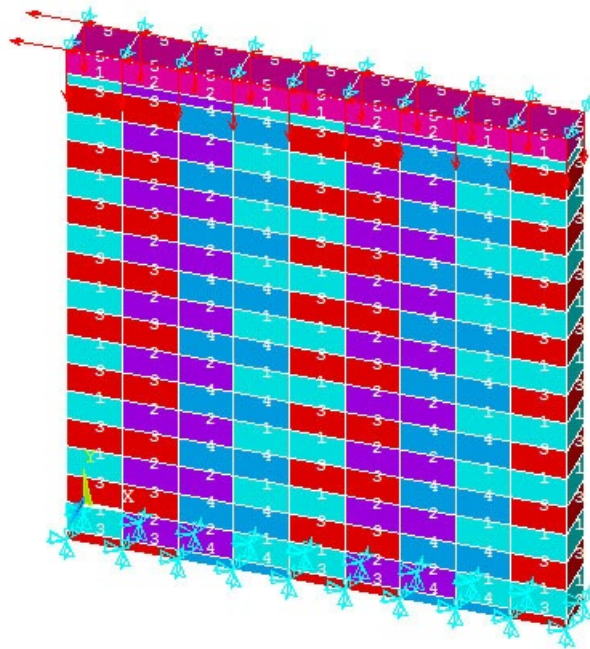


Figura 4.9: Modelação da parede de alvenaria JD

4.6.2 Modelação da parede ao corte com abertura

Relativamente à modelação da parede ao corte com abertura, JG, segue os mesmos princípios de modelação, descritos anteriormente em 4.6.1, diferenciando-se apenas geometricamente com uma abertura de $220 \times 372 \text{ mm}^2$. A modelação geométrica encontra-se representada na figura 4.10.

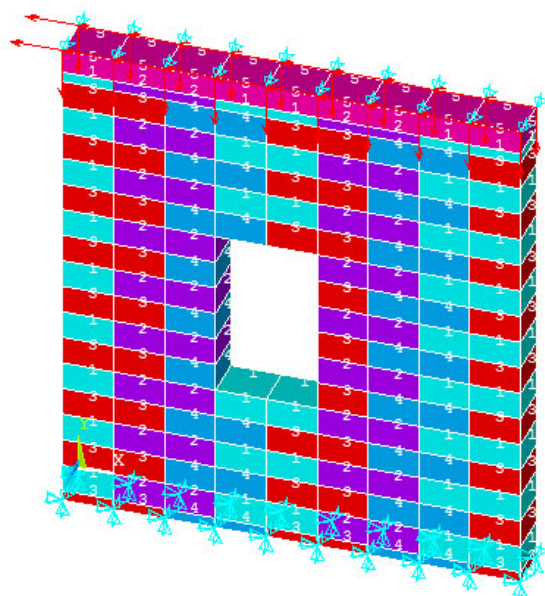


Figura 4.10: Modelação da parede de alvenaria com abertura JG

4.6.3 Modelação da viga parede

Os princípios básicos de modelação da viga parede regem-se pelos explicados anteriormente em 4.6.1. No entanto, as condições de apoio da parede variam, sendo esta apenas pontualmente apoiada, desta forma consideram-se duas zonas separadamente encastradas. Atendendo ao facto de não existir uma viga de aço a encastrar a base da parede, como nos casos anteriores, não se considera na base uma fileira inicial de tijolos de dimensão reduzida, ver figura 4.11. A parede é constituída por 11 fileiras de blocos expandidos. Tratando-se de uma estrutura simétrica, com carregamento aplicado no eixo de simetria, não existe possibilidade de rotação da viga de aço, contudo, quando a parede é carregada e começa a deformar, nada impede a possibilidade de ocorrer escorregamento entre a viga e os blocos. Para contemplar esse fenómeno na modelação, houve a preocupação de se aplicar um material de deslizamento puramente coesivo nessa superfície de contacto, entre a viga de aço e o tijolo, permitindo assim o deslocamento relativo entre ambos. Para isto ocorrer, utiliza-se nesta superfície de contacto (viga-tijolo) o critério de cedência de *Tresca*, admitindo uma coesão de 10^{-4} MPa . A malha ortogonal utilizada pode observar-se na figura 4.11.

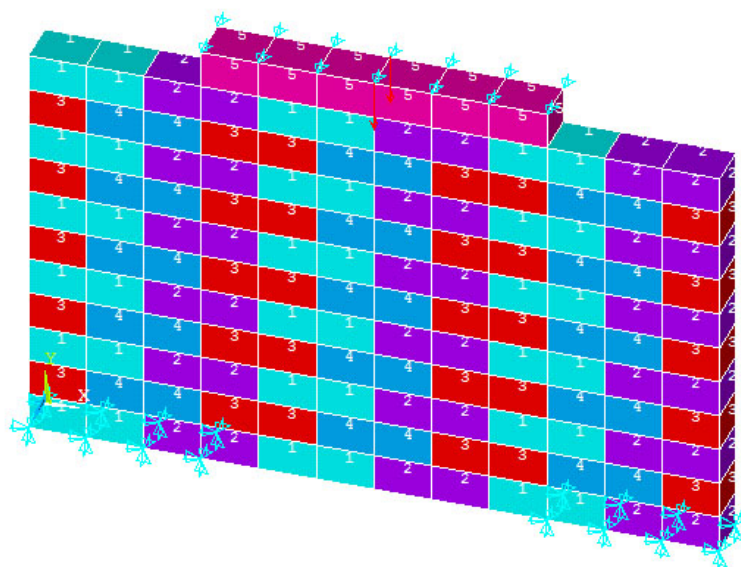


Figura 4.11: Modelação da viga parede

Neste ensaio VP, tendo em conta que é aplicada uma única força vertical incremental, existe uma maior solicitação do tijolo e consequentemente uma ruptura predominante por este. Atendendo a este facto procedeu-se ao refinamento da malha, no *ANSYS*, para uma comparação de resultados. Optou-se por um refinar a malha inicial, quatro vezes e seis vezes, como se observa na figura 4.12.

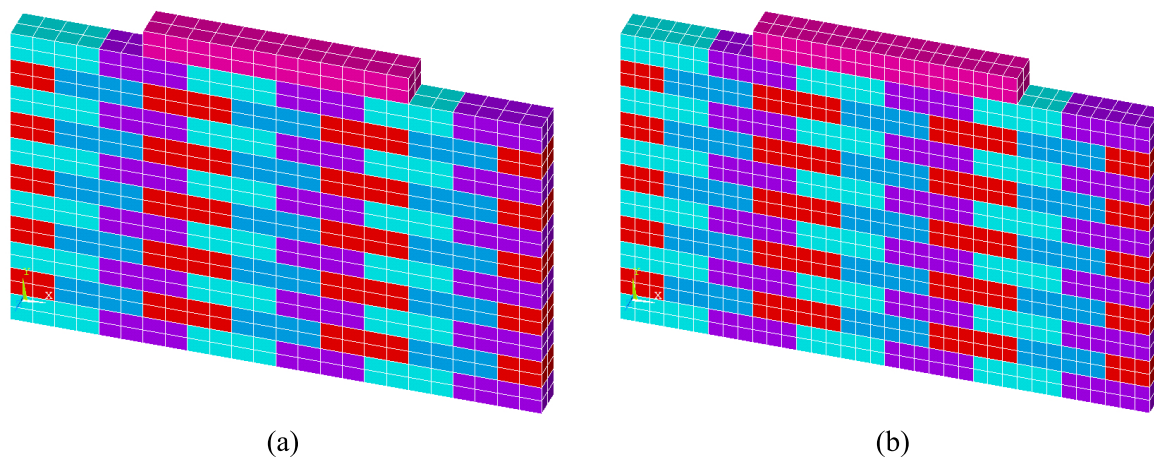


Figura 4.12: Refinamento da malha. (a) malha refinada 4 vezes; (b) malha refinada 6 vezes

4.6.4 Modelação das paredes de alvenaria com colapso fora do plano

Para a modelação das paredes, com colapso fora do plano, utilizam-se os mesmos princípios básicos descritos em 4.6.1. No entanto, nesta modelação existem algumas variações, relativamente à forma como é aplicada a carga e às condições de apoio, para simular da melhor forma as restrições impostas pelo quadro metálico. As paredes são constituídas por 27 fileiras de blocos expandidos. Para simular a carga aplicada pelo air-bag, aplica-se uma carga distribuída ao longo de uma face da parede no *ANSYS*, considerando-a como uma carga incremental no *SUBLIM3d*, o que vai levar a parede ao seu colapso. Para modelar as condições de apoio, no caso da parede simplesmente apoiada em quatro lados, Wall 8 e Wall 12, bloqueou-se o deslocamento em Z (fora do plano), ao longo de todos os bordos da parede, referentes à face oposta onde é aplicada a carga distribuída incremental. Deste modo, simula-se a maneira como Liang [15] levou a parede ao colapso, projectando-a contra a estrutura metálica. Apenas na face inferior é impedido o deslocamento em y (vertical), visto esta estar completamente apoiada na placa de aço com rodas. Processo semelhante é executado relativamente aos apoios da Wall 9; Wall 13 e Wall 10; Wall 11, sendo que a única diferença é que nas duas primeiras é deixado o bordo superior livre e nas duas últimas é deixado o bordo lateral livre, ou seja, sem as restrições de deslocamento respectivas. É utilizada a malha ortogonal representada na figura 4.13.

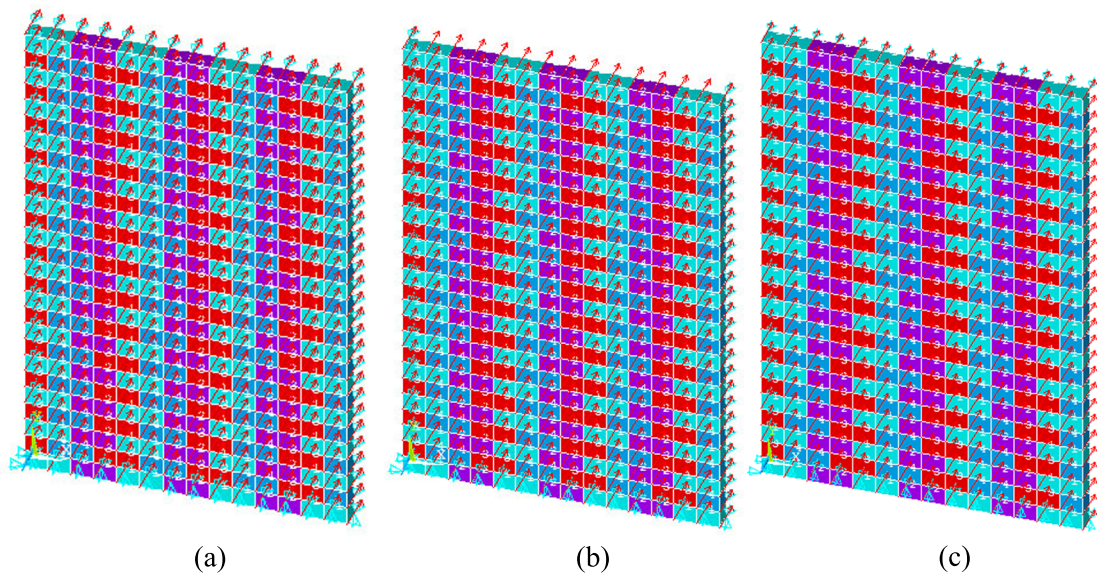


Figura 4.13: Modelações para as várias condições de apoio: (a) 4 lados simplesmente apoiados (b) 3 lados simplesmente apoiados, com bordo superior livre (c) 3 lados simplesmente apoiados, com bordo lateral livre

Capítulo 5

Apresentação e Discussão de Resultados

5.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se e analisam-se os valores da carga de colapso, obtidos numericamente, para as diversas modelações efectuadas dos ensaios experimentais.

Nos três primeiros ensaios estudados, serão apresentados os valores de carga de colapso numérica, obtidos para as várias modelações efectuadas de cada ensaio (4 conjuntos de propriedades), de modo a permitir uma análise e comparação entre os valores de carga de colapso obtidos numericamente e sobretudo comparar com o respectivo valor da carga de colapso experimental. A análise dos valores conseguidos permite determinar qual é a propriedade que, de um modo geral, melhor descreve o comportamento da parede de alvenaria. Serão apresentadas ainda possíveis causas das discrepâncias entre os valores de carga de colapso experimentais e numéricos.

O quarto e último ensaio deste capítulo, será analisado à parte, atendendo a que este ensaio apenas será modelado com um único conjunto de propriedades dos materiais, diferente dos utilizados nas modelações dos ensaios anteriores.

Os resultados serão apresentados separadamente para cada ensaio experimental. De forma a facilitar a percepção e comparação dos resultados, serão apresentados gráficos experimentais sobrepostos aos obtidos numericamente e tabelas, sempre que

possível. Para uma melhor percepção do comportamento da alvenaria, como o tipo de ruptura mais evidenciado e o mecanismo de colapso na modelação, é utilizado o software *Paraview*, possibilitando a visualização da dissipação nos materiais constituintes da alvenaria.

5.2 Parede ao Corte sem abertura JD

Nos ensaios JD seguintes são apresentados gráficos Força/Deslocamento, realizados através de valores medidos experimentalmente. Estes dados experimentais foram fornecidos directamente pelo autor [18], permitindo uma comparação mais precisa dos resultados. Relembra-se que os valores aqui apresentados são referentes à modelação com restrição de rotações da viga superior de aço, atendendo a que esta é a modelação que mais se aproxima do ensaio experimental. No final desta secção, 5.2.4, será apresentado e analisado um exemplo representativo das modelações sem restrição da viga de aço, para verificar a questão levantada por Attard *et al.* [4] relativamente à rotação da viga, referida em 3.2.

5.2.1 J4D e J5D

As duas paredes de alvenaria J4D e J5D foram submetidas ao ensaio de corte, com uma carga axial de 0.3 MPa, e à aplicação de uma força incremental lateral até se atingir o colapso. As paredes têm um comportamento semelhante atingindo ambas o colapso para uma força aproximadamente de 50 kN. Os valores de carga de colapso encontram-se sintetizados na tabela 5.1. A ilustração gráfica destes mesmos valores encontra-se na figura 5.1.

É possível observar, na ilustração gráfica das cargas de colapso, figura 5.1, a existência de um pico, no ensaio J5D, com um valor superior a 50 kN para um deslocamento horizontal aproximadamente de 2.5 mm. Todavia, adoptou-se o patamar uniforme de carga máxima, como referência para a carga de colapso, não sendo relevante o pico observado, podendo ser possivelmente uma má medição ou um caso excepcional de resistência.

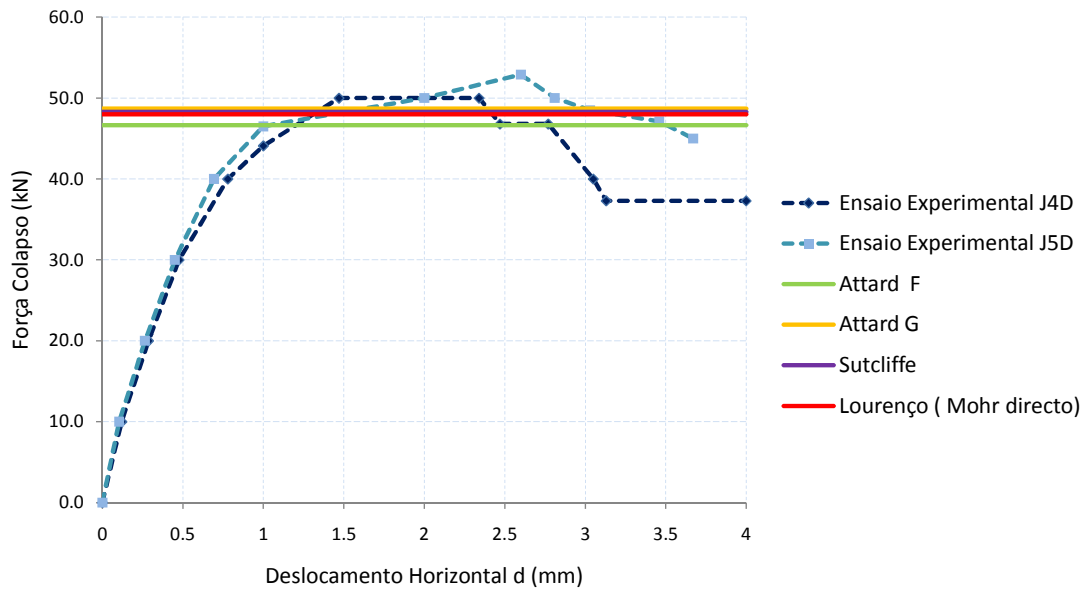


Figura 5.1: Gráficos Carga-Deslocamento de J4D e J5D experimental e cargas de colapso numéricas

Tabela 5.1: Cargas de colapso de J4D/J5D. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental

Propriedades materiais	J4D/J5D Carga de colapso (kN)	Erro (%)
Experimental J4D/J5D	≈ 50	-
Attard F	46.6	-6.7
Attard G	48.7	-2.6
Sutcliffe	48.3	-3.4
Lourenço (Mohr directo)	48.0	-4.0

Verifica-se que para um valor baixo de carga axial, $p=0.3$ MPa, os valores de carga de colapso, obtidos nas modelações efectuadas com os diversos conjuntos de propriedades, dão valores próximos do valor obtido experimentalmente, havendo pouca discrepância entre esses mesmos valores. A carga de colapso obtida numericamente oscila apenas entre 4 % e 6.7 % em relação à experimental.

Existe uma concordância nas propriedades adoptadas por todos os autores para a argamassa, a única variação que existe é ao nível das propriedades do tijolo. Para uma análise mais aprofundada do comportamento da alvenaria observa-se a dissipa-

ção entre os modelos numéricos, com maior diferença, relativamente às propriedades do tijolo (Attard F e Lourenço). Ver figura 5.2.

Analisando os resultados obtidos verifica-se que no caso Attard F, figura 5.2(a), estamos perante uma ruptura mista mais acentuada na argamassa, significando isto que, apesar de ser mais evidente a ruptura e deslizamento da argamassa, também é possível observar alguma fractura do tijolo, principalmente na diagonal da parede com maior intensidade nas extremidades e dissipação quase nula no centro da parede. No caso de Lourenço, figura 5.2(b), verifica-se que existe uma ruptura predominante pela argamassa, podendo-se observar a ruptura completa de toda a argamassa disposta na horizontal, ao longo de toda a parede. Em relação ao tijolo, verifica-se que para além de ter uma menor intensidade de dissipação em comparação com Attard F, esta mesma dissipação tem uma linha de orientação pouco definida ao longo da parede.

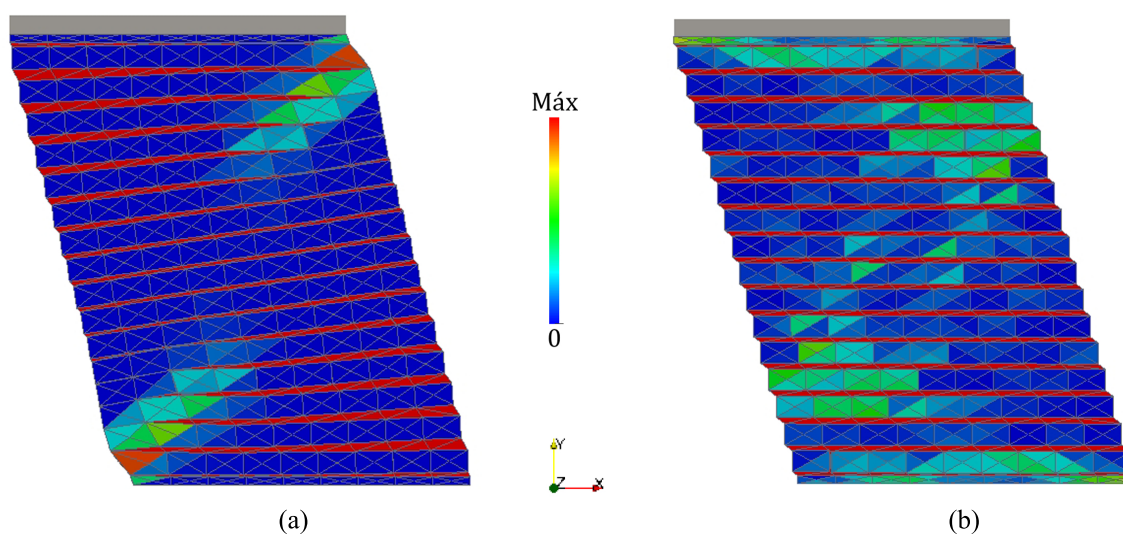


Figura 5.2: Dissipação da parede de alvenaria J4D e J5D nos ensaios numéricos: (a) Attard F ; (b) Lourenço

Este ensaio foi sujeito a um baixo valor de carga axial, ou seja, a parede encontra-se pouco confinada. Esse facto faz com que a carga de colapso seja semelhante, independentemente das propriedades atribuídas ao tijolo, pois o valor obtido para uma ruptura mista (mas com maior ruptura pela argamassa) será semelhante a uma ruptura predominante pela argamassa. O facto de a alvenaria estar pouco confinada leva a que a argamassa se comporte como um plano de fraqueza ainda mais evidente, sofrendo rapidamente uma ruptura por deslizamento. Este acentuado plano de fra-

queza, formado pela argamassa, torna praticamente indiferente as propriedades do tijolo, acabando por ser a argamassa a primeira ligação a ceder.

Devido ao facto dos valores da carga de colapso serem muito próximos, torna-se difícil destacar uma propriedade, defendida por um autor, como a mais adequada para a modelação deste ensaio. No entanto, atendendo aos ensaios seguintes analisados, o tipo de fractura mais aproximado aparenta ser o Attard F, visto ser o que permite um tipo de ruptura mista, ou seja, um ruptura ponderada da argamassa e do tijolo, que é o que se observa normalmente neste tipo de ensaios. Contudo, neste ensaio obtém-se uma boa aproximação da carga de colapso para todos os tipos de propriedades.

5.2.2 J6D

Neste ensaio a parede J6D foi submetida a um carregamento axial de 1.21 MPa e à aplicação de uma força incremental lateral até atingir o colapso, para uma força aproximadamente de 73 kN. Os valores de carga de colapso encontram-se sintetizados na tabela 5.2. A ilustração gráfica destes mesmos valores encontra-se na figura 5.3.

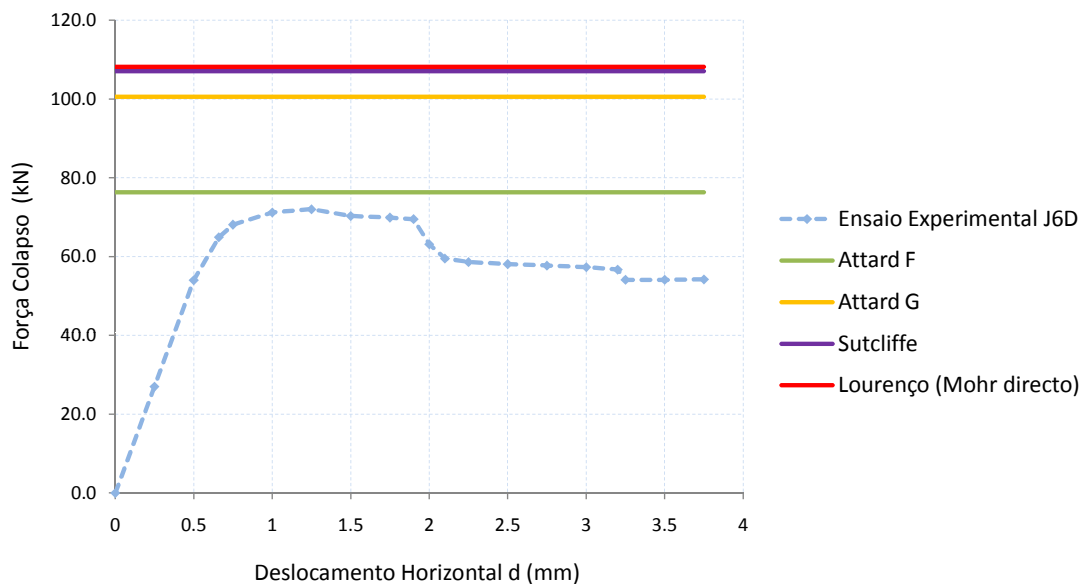


Figura 5.3: Gráfico Carga-Deslocamento de J6D experimental e cargas de colapso numéricas

Este ensaio é semelhante ao anterior mas sujeito a um carregamento axial superior. Analisando o gráfico, na figura 5.3, verifica-se que existe uma dispersão entre os

valores das cargas de colapso numéricas, comparativamente com o ensaio analisado anteriormente 5.2.1. Contudo, verifica-se que a propriedade Attard F tem um valor de carga de colapso de 76.3 kN apresentando apenas uma diferença de 4.6 % do valor experimental. Destacando-se assim a propriedade Attard F das restantes, obtendo uma boa estimativa da carga de colapso.

Tabela 5.2: Cargas de colapso de J6D. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental

Propriedades materiais	J6D	
	Carga de colapso (kN)	Erro (%)
Experimental	≈ 73	-
Attard F	76.3	4.6
Attard G	100.5	37.7
Sutcliffe	107.0	46.6
Lourenço (Mohr directo)	108.2	48.2

Relativamente às outras propriedades testadas, os valores estimados de carga de colapso são consideravelmente distantes do experimental, variando entre 37.7 % e 48.2 %. Esta discrepância dos valores numéricos, em relação ao experimental, atribui-se ao facto de a resistência do tijolo se encontrar sobrestimada, forçando a ruptura a ocorrer principalmente pela argamassa. No entanto, neste caso o carregamento axial, sendo superior, tem um papel mais activo em relação ao tipo de ruptura. O plano de ruptura fraca da argamassa é menos evidenciado. Visto tratar-se de uma ruptura mista, ou seja, com ruptura ao nível do tijolo e da argamassa e, atendendo a que existe uma sobrevalorização das propriedades do tijolo, o comportamento da parede não é bem caracterizado por estas propriedades, devido à dificuldade de ruptura do tijolo. Este facto conduz a um ganho de resistência da parede, relativamente à carga de colapso.

Analisa-se a ruptura da alvenaria para os dois modelos numéricos com maior e menor diferença (Attard F e Lourenço), relativamente à carga de colapso experimental. Deste modo, observa-se na figura 5.4(a), que existe uma ruptura mista equilibrada, isto é, uma ruptura do tijolo e da argamassa equilibrada. Verifica-se, neste caso, que a ruptura do tijolo ocorre com maior intensidade e tem uma linha de orientação mais acentuada, ao longo da parede, do que no exemplo anterior 5.2.1. No caso das propriedades de Lourenço, figura 5.4(b), observa-se que a dissipação ocorre evidentemente

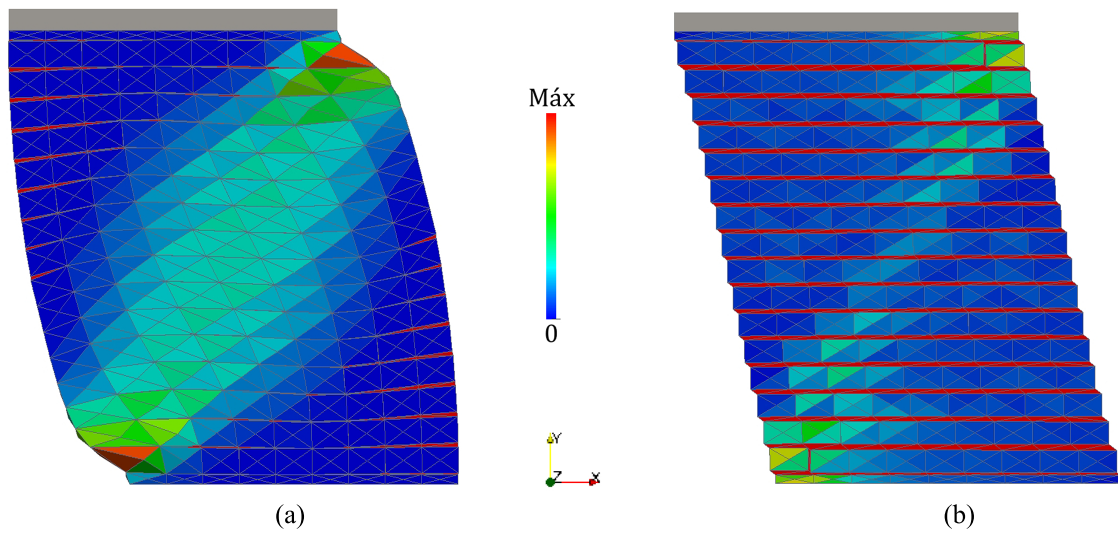


Figura 5.4: Dissipação da parede de alvenaria J6D nos ensaios numéricos: (a) Attard F ; (b) Lourenço

mais nas juntas de argamassa, ocorrendo ruptura completa da argamassa disposta horizontalmente ao longo de toda a parede. No que diz respeito ao tijolo, verifica-se uma reduzida dissipação do mesmo, estando esta orientada ao longo da diagonal da parede. Como mencionado anteriormente, isto ocorre devido à sobrestimação da capacidade resistente do tijolo, inibindo que ocorra uma equilibrada ruptura mista, isto é, distribuindo-se homogeneamente entre o tijolo e a argamassa. Atendendo a que se está perante um valor mais elevado de carga axial, ou seja, a parede encontra-se mais confinada relativamente ao caso anterior, 5.2.1, isto conduz a que o plano de fraqueza da argamassa seja menos evidenciado, tornando a ruptura mista mais equilibrada. Desta forma, se as propriedades do tijolo forem sobrestimadas, resulta num aumento da resistência da parede e consequentemente num aumento da carga de colapso.

As outras duas modelações, Attard G e Sutcliffe, encontram-se com valores de carga de colapso próximos de Lourenço. Apesar de as propriedades atribuídas ao tijolo serem inferiores às de Lourenço, não permitem a ruptura suficiente do tijolo de forma a descrever uma carga de colapso semelhante à da parede de alvenaria experimental.

5.2.3 J7D

Este ensaio é semelhante aos outros dois abordados anteriormente, a parede J7D é sujeita a uma força axial de 2.12 MPa e solicitada com uma força incremental lateral até atingir o colapso. Este ocorre para uma força de aproximadamente 98.5 kN. Note-se que os valores de carga de colapso obtidos ao longo destes três ensaios JD aumentam à medida que a carga axial aumenta. Os valores de carga de colapso encontram-se sintetizados na tabela 5.3. A ilustração gráfica destes mesmos valores encontra-se na figura 5.5.

Através da figura 5.5 observa-se que apenas Attard F fica abaixo do valor de carga de colapso experimental, havendo uma discrepância grande entre as cargas de colapso numéricas. Novamente se verifica que a propriedade Attard F é a que melhor se aproxima da carga de colapso experimental. No entanto, este é o ensaio onde existe um maior afastamento entre a carga experimental e numérica, sendo de 25,1 %. Contudo considera-se ainda uma aproximação razoável.

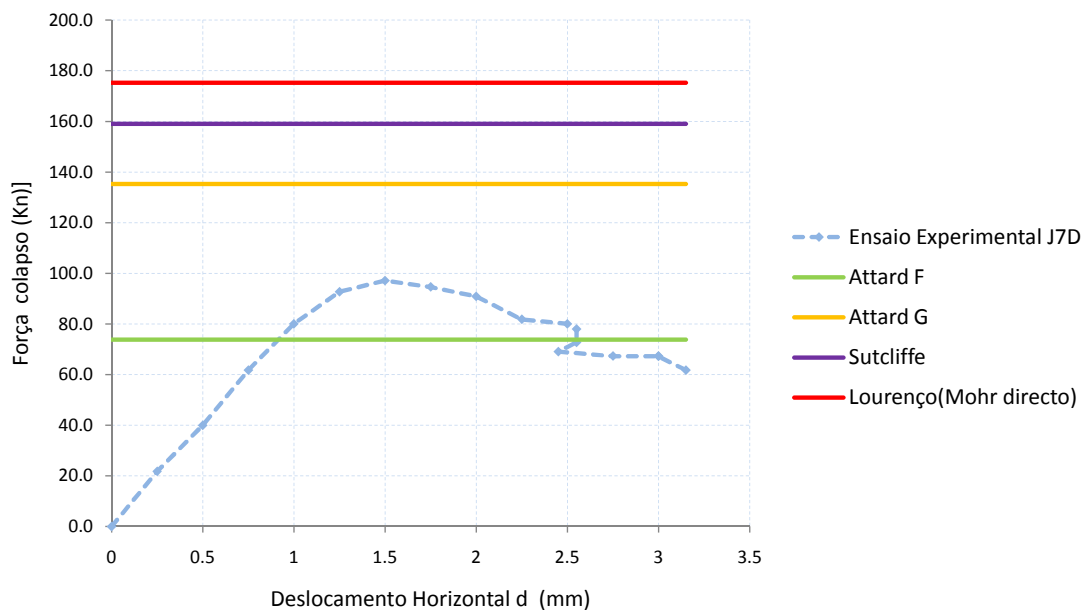


Figura 5.5: Gráfico Carga-Deslocamento de J7D experimental e cargas de colapso numéricas

Tabela 5.3: Cargas de colapso de J7D. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental

Propriedades materiais	J7D	
	Carga de colapso (kN)	Erro (%)
Experimental	≈ 98.5	-
Attard F	73.8	-25.1
Attard G	135.3	37.4
Sutcliffe	159.0	61.4
Lourenço (Mohr directo)	175.2	77.9

As restantes propriedades têm valores de cargas de colapso com afastamentos superiores entre 37,4 % e 77,9 %. Este afastamento da carga de colapso experimental deve-se a uma sobrevalorização das propriedades do tijolo conduzindo a uma sobrevalorização da resistência, originando uma discrepância entre os valores numéricos e experimentais.

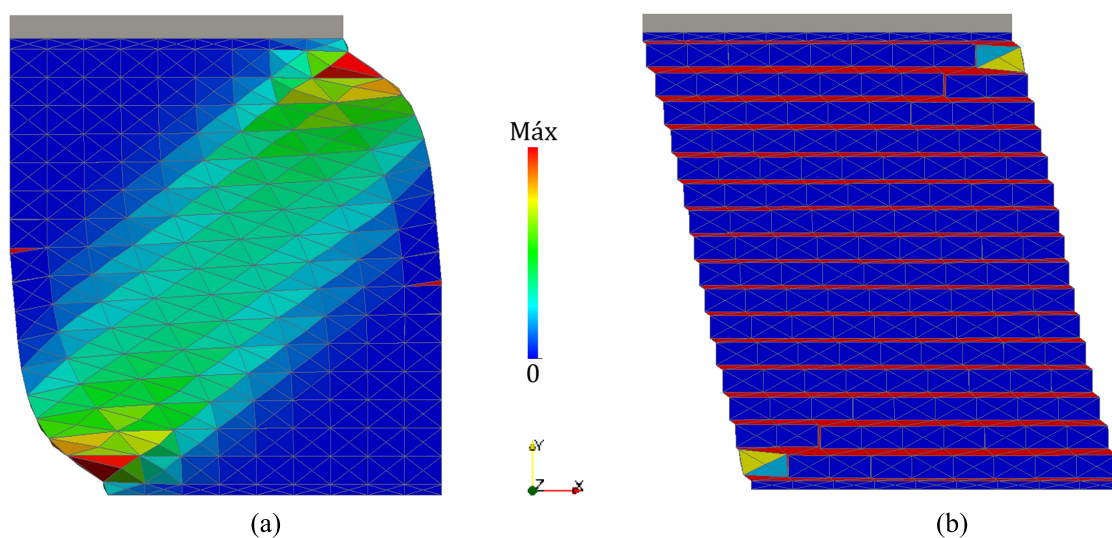


Figura 5.6: Dissipação da parede de alvenaria J7D nos ensaios numéricos: (a) Attard F ; (b) Lourenço

Através da visualização da dissipação da alvenaria na figura 5.6, faz-se uma comparação entre as propriedades do tijolo, que coincidem com a melhor (Attard F) e a pior (Lourenço) aproximação numérica da carga de colapso. Neste caso J7D, é onde se verifica uma diferença maior, entre as cargas de colapso obtidas, com es-

tas duas propriedades de tijolo distintas. Numa análise mais aprofundada, permite concluir que no caso Attard F, figura 5.6(a), existe uma ruptura mista, sendo esta mais visível essencialmente pelo tijolo, assumindo este um papel fundamental na ruptura. A ruptura do tijolo ocorre principalmente na diagonal da parede, verificando-se uma maior intensidade e delimitação do que nos dois ensaios anteriormente estudados 5.2.1 e 5.2.2. Relativamente a Lourenço, figura 5.6(b), é quase inexistente a fractura do tijolo, apenas pontualmente nas extremidades da parede de alvenaria, ocorrendo a ruptura da alvenaria predominantemente pela junta argamassa (deslizamento), podendo-se observar a ruptura completa de toda a argamassa disposta na horizontal. É sabido que a parede quando está devidamente confinada, ou seja, solicitada com um carregamento axial suficientemente elevado, descreve tipicamente um comportamento de ruptura tendencialmente pelo tijolo. Visto que, estas duas modelações têm um modo de ruptura completamente diferente, isto origina esta discrepância acentuada entre os valores da carga de colapso. Reforçando a conclusão retirada anteriormente neste ensaio e no ensaio anterior 5.2.2, esta discrepância ocorre devido à sobrevalorização das propriedades atribuídas ao tijolo, impedindo que ocorra fractura no mesmo, conduzindo a um aumento de resistência da parede e consequentemente da carga de colapso.

As modelações relativas a Attard G e Sutcliffe encontram-se com cargas de colapso superiores ao experimental. Estas modelações têm um comportamento semelhante a Lourenço, mas menos acentuado, permitindo ligeiramente a fractura do tijolo, que no entanto, não é o suficiente, ficando estas afastadas da carga de colapso experimental de 37.4% e 61.4 % respectivamente.

5.2.4 Considerações Finais sobre os Ensaios JD

Relativamente aos ensaios de corte JD verificou-se uma concordância global relativamente às propriedades de Attard F, estimando com boa aproximação as cargas de colapso, independentemente do carregamento axial, como se pode ver em resumo na tabela 5.4. Repare-se que, à medida que se aumenta a carga axial, a parede fica mais confinada, levando a um aumento da ruptura do tijolo no caso de Attard F. O mesmo já não se verifica no caso de Lourenço, onde à medida que aumenta a carga axial os tijolos também ficam mais solicitados, no entanto, a ruptura ocorre sempre pelas juntas de argamassas. Este último caso não consegue simular correctamente o

comportamento da parede conduzindo, de uma maneira geral, à obtenção de maus resultados.

Tabela 5.4: Cargas de colapso nos ensaios JD para as modelações com propriedades Attard F. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica : (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental

Ensaio	Carga de colapso experimental (kN)	Carga de colapso Attard F (kN)	Erro (%)
J4D/J5D	50	46.6	-6.7
J6D	73	76.3	4.6
J7D	98.5	73.8	-25.1

Analisando em detalhe, atendendo às propriedades de Attard F, a modelação J7D é o caso onde se verifica um maior afastamento (erro) entre a estimativa da carga de colapso numérica e a carga de colapso experimental. Este maior afastamento (erro) pode estar associado ao facto de este ser o ensaio sujeito a uma maior carga axial, visto que, quanto maior for o valor de carregamento axial mais a dilatação (ψ) tende para zero, como referido anteriormente em 2.5. Tendo em conta esse facto e visto que em todo este estudo se considerar $\psi=\phi$, será neste último ensaio J7D que esta aproximação é mais relevante, atendendo ao facto de ser o ensaio com maior carregamento axial, poderá ser uma provável causa para um maior erro associado.

Tal como foi referido na descrição dos ensaios de corte JD, 3.2, é descrito por Lourenço [18] que a viga de aço superior, onde são aplicadas as forças, é mantida horizontal e sem permitir rotações. Contudo esta afirmação do ensaio é posta em causa por Attard *et al.* [4], ao referir que a maior dificuldade na execução do ensaio experimental foi manter a viga superior na horizontal, através de três conectores verticais. Atendendo a esta situação, houve a preocupação de também se executar a modelação dos ensaios JD, com possibilidade de rotação da viga de aço superior e sem rotação.

Como foi referido anteriormente, é agora possível comparar os valores obtidos para a viga superior, restringindo a rotação e para essa mesma viga, permitindo a rotação, como se verifica nas tabelas 5.4 e 5.5, respectivamente. Verifica-se que os valores da carga de colapso para o caso da viga superior restringida aproximam-se significativamente mais do resultado experimental, levando a concluir que a restrição experimental da viga de aço superior foi executada com relativo sucesso. Apenas como exemplo elucidativo é apresentado o caso de Attard F sem restrição de rotação

da viga de aço superior, mantendo-se inalteradas as restantes características. Este encontra-se representado na tabela 5.5 e ilustrado na figura 5.7.

Tabela 5.5: Cargas de colapso nos ensaios JD para as modelações com propriedades Attard F com viga de aço superior com possibilidade de rotação. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental

Ensaio	Carga de colapso experimental (kN)	Carga de colapso Attard F "viga livre" (kN)	Erro (%)
J4D/J5D	50	30.6	-38.8
J6D	73	46.6	-36.1
J7D	98.5	47.4	-51.9

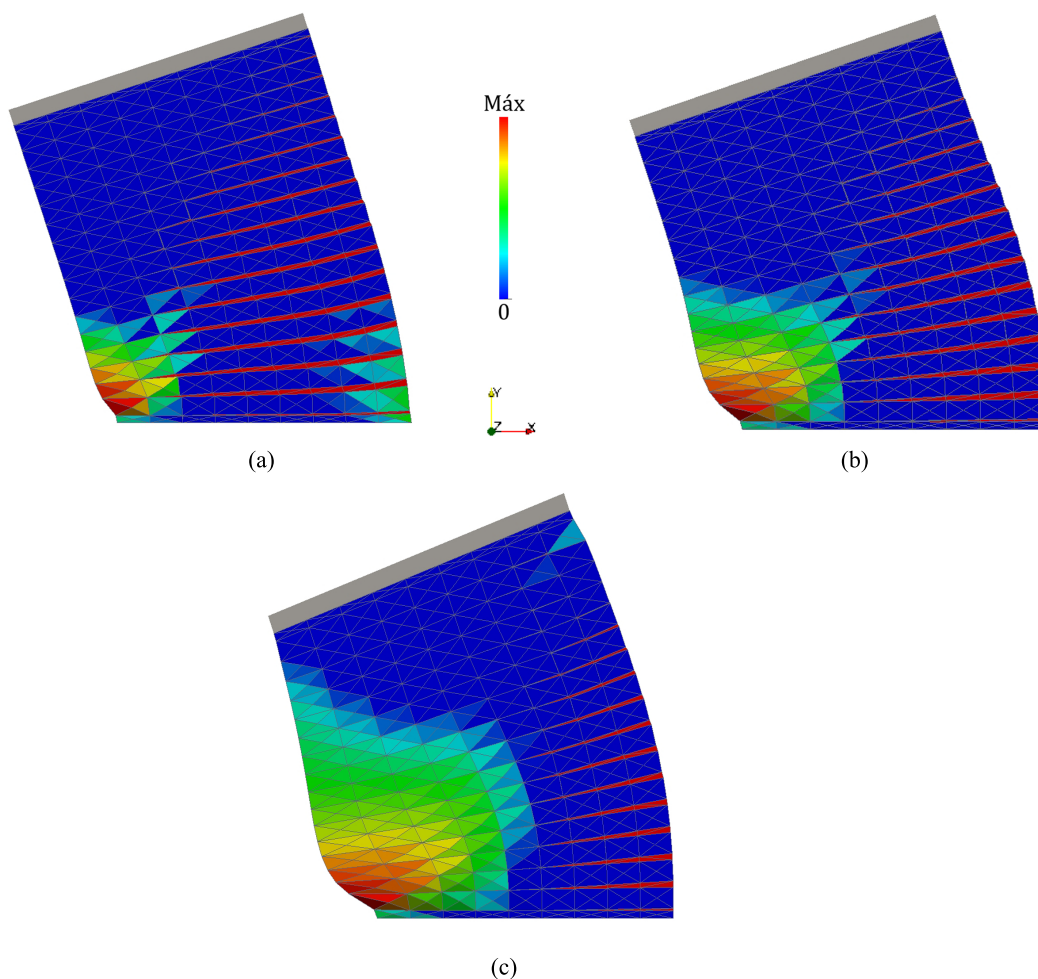


Figura 5.7: Dissipação das paredes de alvenaria com propriedades Attard F, com viga superior com possibilidade de rotação, nos ensaios numéricos: (a) J4D-J5D ; (b) J6D; (c) J7D

Relembra-se que todos os valores da carga de colapso numéricos, apresentados anteriormente (exceptuando a tabela 5.5) neste capítulo, foram obtidos através da modelação com viga de aço superior restringida.

5.3 Parede ao Corte com abertura JG

Este ensaio é semelhante ao anteriormente descrito J4D e J5D, 5.2.1, tratando-se de uma parede sujeita ao corte com uma carga axial de 0.3 MPa, diferenciando-se por ter uma abertura central. Os gráficos Força/Deslocamento são construídos através de valores medidos experimentalmente. Estes dados foram fornecidos directamente pelo autor [18] permitindo uma comparação mais precisa.

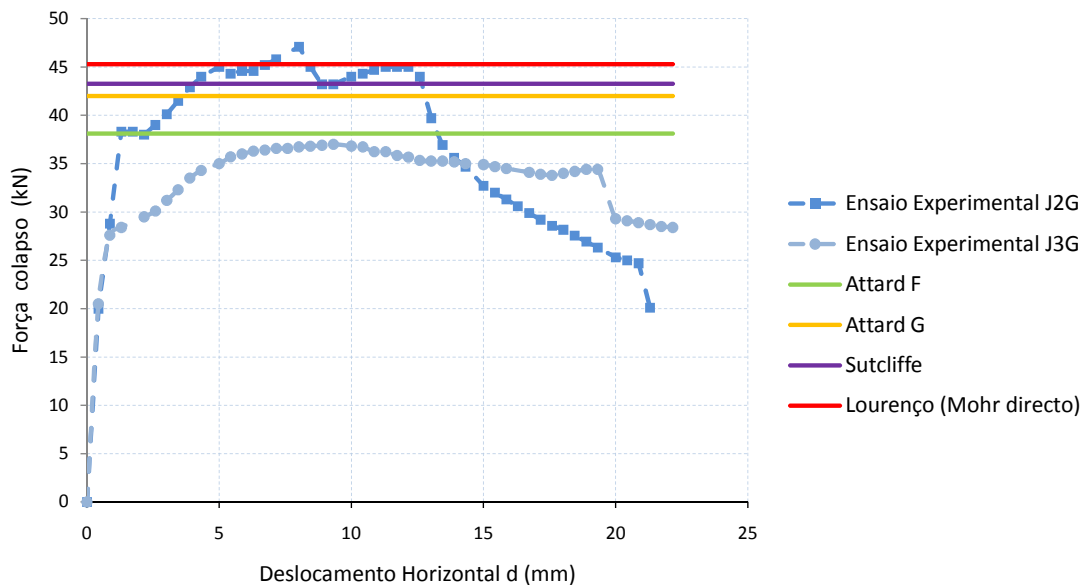


Figura 5.8: Gráfico Carga-Deslocamento de JG experimental e cargas de colapso numéricas

Foram realizados dois ensaios experimentais JG distintos, para os quais se obteve diferentes cargas de colapso: J2G com 45 kN e J3G com 37 kN. Existe uma discrepância entre estes resultados experimentais na ordem dos 20 %. Nestes ensaios considera-se a hipótese de o ensaio J2G ter sofrido uma sobrevalorização da sua resistência. Isto pode ter ocorrido devido a uma má medição, uma deficiente calibração do aparelho de medição ou ter existido uma diferença significativa na construção

das paredes.

Tabela 5.6: Cargas de colapso de JG. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental

Propriedades materiais	Carga de colapso (kN)	JG	
		Erro J2G(%)	Erro J3G(%)
Experimental J2G	45	-	-
Experimental J3G	37	-	-
Attard F	38.1	-15.3	3.0
Attard G	42.0	-6.7	13.1
Sutcliffe	43.3	-3.9	14.9
Lourenço (Mohr directo)	45.3	0.6	19.1

São apresentados na tabela 5.6 e ilustrados graficamente na figura 5.8, os valores de carga de colapso experimentais e numéricos, obtidos para as diversas propriedades utilizadas na modelação, assim como os respectivos erros associados relativamente às duas paredes experimentais. Observa-se que os valores numéricos obtidos para as varias modelações são próximos, em concordância com o que foi verificado no ensaio J4D e J5D, 5.2.1, estando ambos os ensaios sujeitos a uma carga axial baixa. O baixo confinamento axial reflecte-se na ruptura da parede, acentuando a ruptura pela argamassa, funcionando com um plano de ruptura fraca. Deste modo, mesmo que as propriedades do tijolo não permitam a fractura do mesmo, a argamassa não vai resistir muito à solicitação da força lateral, levando a que os valores numéricos da carga de colapso não se distanciem muito entre eles. Conclui-se assim que, para uma carga axial baixa, as propriedades do tijolo não são muito condicionantes.

Como apresentado na tabela 5.6, no ensaio experimental J2G verifica-se que a propriedade Lourenço é a que mais se aproxima do valor da carga de colapso, com um erro de 0.6 %, contrariamente aos ensaios estudados até aqui. No entanto, como foi referido, considera-se a hipótese de haver uma sobrevalorização da resistência da parede neste caso. No ensaio experimental J3G, a propriedade Attard F é a que, novamente, mais se aproxima da carga de colapso com um erro de 3 %.

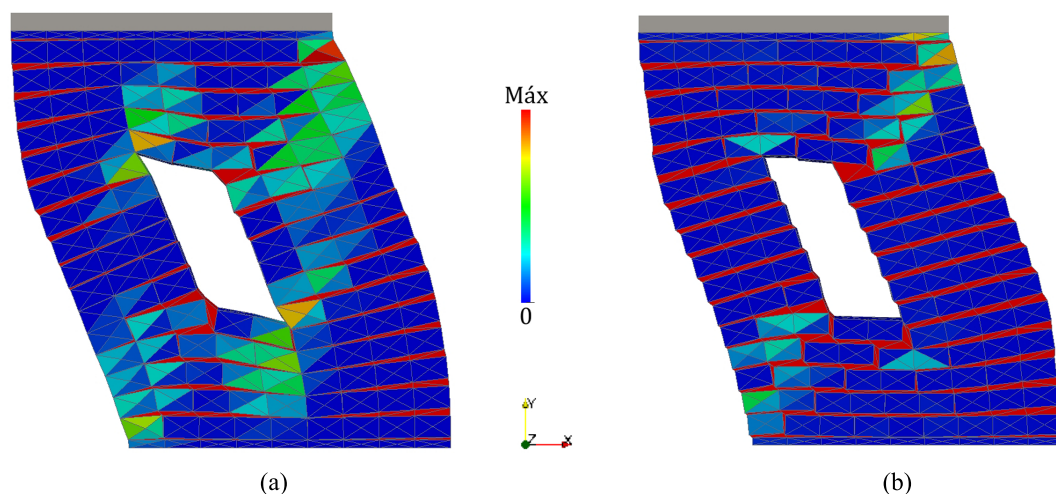


Figura 5.9: Dissipação da parede de alvenaria J2G e J3G nos ensaios numéricos: (a) Attard F ; (b) Lourenço

Através da análise da dissipação, verifica-se que no caso Attard F, figura 5.9(a), existe uma ruptura mista, isto é, com ruptura equilibrada da argamassa e do tijolo. Esta última distribui-se tendencialmente ao longo da diagonal da parede.

No caso Lourenço, figura 5.9(b), está-se perante uma ruptura mista, mas neste caso com uma maior dissipação ao nível da argamassa, verificando-se uma completa ruptura da argamassa disposta na horizontal. Relativamente ao tijolo observa-se alguma dissipação, situada principalmente na diagonal.

5.4 Viga parede VP

No ensaio da viga parede, esta é sujeita a uma força incremental axial aplicada no seu eixo de simetria. Para este ensaio experimental a carga de colapso obtida foi de 109.2 kN. São apresentados na tabela 5.7, os valores da carga de colapso, obtidos para as diversas propriedades utilizadas na modelação e os respectivos erros associados. A ilustração gráfica desses valores encontra-se na figura 5.10.

Como se pode verificar a propriedade Attard F, uma vez mais, é a que melhor se aproxima da carga de colapso, tendo apenas um erro de 1.9 %. Relativamente às restantes propriedades do material estudadas, encontram-se com afastamentos superiores significativos da carga de colapso experimental, variando entre 73.4 % e

chegando mesmo a 568.5 % para a propriedade identificada como Lourenço.

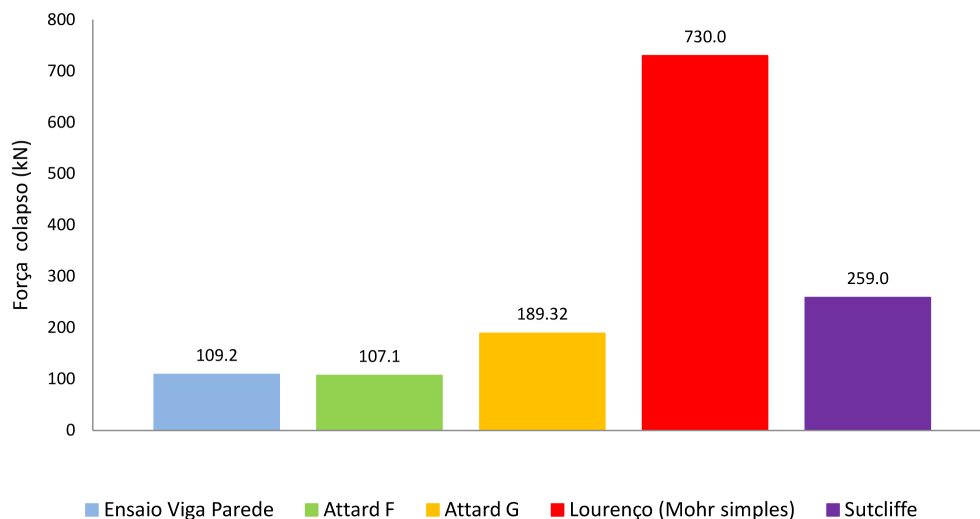


Figura 5.10: Valores de carga de colapso da Viga Parede VP

Tabela 5.7: Cargas de colapso da VP. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental

Propriedades materiais	VP	
	Carga de colapso (kN)	Erro (%)
Experimental	109.2	-
Attard F	107.1	-1.9
Attard G	189.32	73.4
Sutcliffe	259.0	137.2
Lourenço (Mohr directo)	730.0	568.5

Como já era visível nos ensaios anteriormente analisados, JD 5.2 e JG 5.3), as propriedades do tijolo c e ϕ são parâmetros muito significantes no comportamento da alvenaria. Desempenham um papel fundamental controlando a possibilidade de a alvenaria ter um tipo de fractura mista, ou seja, pela argamassa e pelo tijolo, para valores de carga inferiores. Quando os valores de c e ϕ do tijolo são sobrevalorizados não permitem que ocorra fractura do tijolo para cargas mais baixas, fazendo com que na modelação a parede ganhe uma resistência "fictícia" que consequentemente aumenta significativamente a carga de colapso. Este aumento torna-se mais evidente neste ensaio da viga parede, atendendo a que uma única força axial é aplicada até à ruptura da parede. Deste modo, a maior solicitação ocorre ao nível do tijolo,

que está a ser comprimido. Isto leva a que as propriedades do tijolo, neste caso, sejam ainda mais condicionantes para o colapso. Logo, se estas não forem bem ajustadas podemos ter erros muito elevados, como é o caso Lourenço. Relembra-se o leitor que em todo o trabalho é utilizado um critério *Mohr-Coulomb* (linear), ou seja, sem se utilizar qualquer tipo de truncatura no critério de cedência. As propriedades defendidas pelos diversos autores, por vezes, são utilizadas em critérios com truncaturas, isto leva a que se tenha especial atenção em utilizar e analisar essas mesmas propriedades.

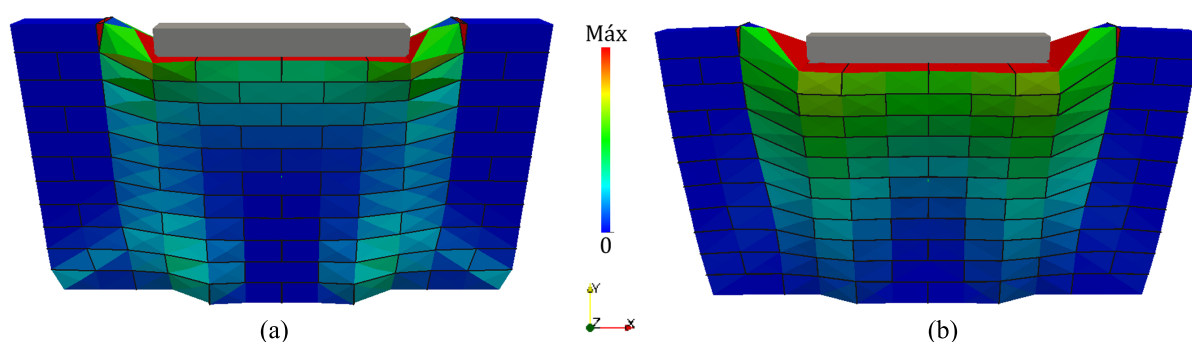


Figura 5.11: Dissipação da parede de alvenaria VP nos ensaios numéricos: (a) Attard F ; (b) Lourenço

Analisa-se a dissipação das modelações que coincidem com a melhor (Attard F) e a pior (Lourenço) aproximação numérica da carga de colapso. Chama-se a atenção do leitor, que a dissipação máxima (vermelho) observada adjacente à viga de aço, é referente ao material puramente coesivo, utilizado na modelação (explicado em detalhe em 4.6.3), para permitir o escorregamento da viga de aço e não referente à argamassa. Verifica-se que a viga parede em ambos os casos sofre uma ruptura evidentemente mais acentuada no tijolo. No caso modelado com Attard F, figura 5.11(a), verifica-se que existe uma distribuição da fractura ao longo da parede até a zona dos apoios. No caso de Lourenço, figura 5.11(b), a fractura fica concentrada mais ao nível superior da parede.

No presente ensaio, uma vez que o colapso ocorre unicamente pela aplicação de uma força vertical incremental, a ruptura concentra-se maioritariamente ao nível do tijolo, devido a esse facto resolveu-se refinar a malha e analisar os valores obtidos. Procede-se ao refinamento da malha inicialmente definida em *ANSYS*, modelando mais dois ensaios, refinamento(4x) e refinamento(6x), sendo a malha inicial refinada de quatro e seis vezes respectivamente, como representado anteriormente em 4.6.3.

Tabela 5.8: Cargas de colapso da VP com refinamento, de quatro vezes Ref(4x) e seis vezes Ref(6x), em relação à malha inicialmente adoptada representada em 4.11.

Propriedades materiais	Viga parede			
	C.Colapso (kN)		Erro (%)	
	Ref(4x)	Ref(6x)	inicial-Ref(4x)	Ref(4x)-Ref(6x)
Attard F	94.97	90.23	12.8	5.2
Attard G	169.10	160.94	12.0	5.1
Sutcliffe	235.9	225.6	9.8	4.5
Lourenço (Mohr directo)	685.0	673.6	6.6	1.7

Analisando os valores da tabela 5.8, verifica-se que à medida que as propriedades do tijolo são mais resistentes diminui a percentagem de erro dos valores refinados, ou seja, a percentagem de erro é maior quando a fractura é mais predominante pelo tijolo. Deste modo, verifica-se uma diferença percentual mais acentuada para as propriedades Attard F e uma menor diferença percentual para as propriedades de Lourenço. À medida que se aumenta o refinamento da malha verifica-se uma menor diferença entre os valores de carga de colapso, tendendo para um valor limite.

Observa-se na figura 5.12, a variação da dissipação para o caso Attard F, onde existe uma maior diferença percentual relativamente à carga de colapso com o refinamento, por ser o caso que apresenta propriedades com menor resistência para o tijolo. Verifica-se que o mecanismo de colapso base é mantido. Contudo, existe uma pequena oscilação visível no mecanismo, entre a malha inicial e as malhas refinadas, ocorrendo uma diminuição da dissipação na parte inferior da viga de aço com o refinamento da malha. Entre a malha inicial e a malha refinada (4x) verifica-se que o mecanismo de colapso fica mais delimitado. Todavia, entre as duas malhas refinadas (4x e 6x) esta delimitação é já pouco significativa.

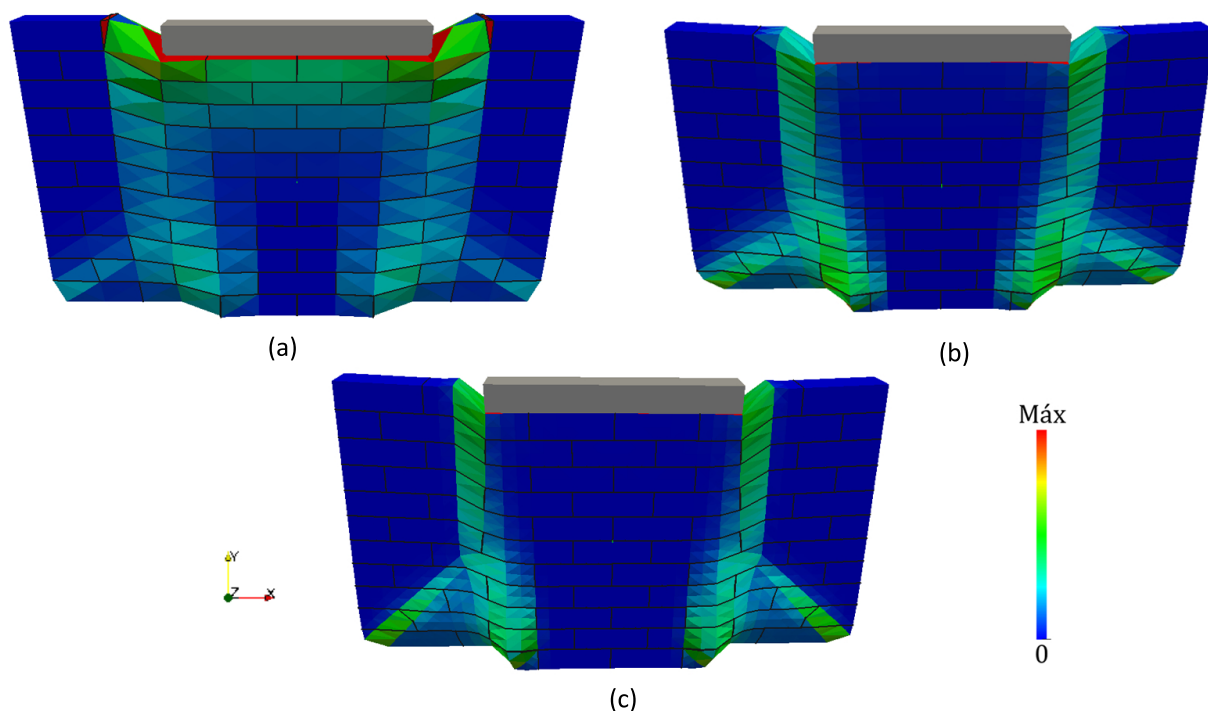


Figura 5.12: Dissipação da parede de alvenaria VP nos ensaios numéricos Attard F com o refinamento da malha: (a) malha inicial ; (b) malha refinada 4 vezes - Ref(4x); (c) malha refinada 6 vezes - Ref(6x)

De um modo geral, para os casos analisados neste estudo, os valores obtidos com a malha inicialmente adoptada já se consideram suficientemente precisos. No entanto, caso se pretenda obter um valor mais preciso, há que ter em conta um compromisso entre a fiabilidade e o tempo de resposta da solução. O refinamento tem um aumento significativo no tempo de resposta obtido, sendo o tempo de corrida obtido para o ensaio específico VP no computador¹ aproximadamente de: um minuto para a malha inicial; oito minutos para a malha refinada(4x); doze minutos para a malha refinada(6x).

¹Processador: Intel Core i3 Duo M330 (2.13 GHz), Memória(RAM): 4.00 GB, Sistema Operativo: Windows Vista Home Premium 64 Bits

5.5 Considerações Finais

5.5.1 Ensaios com Acções no Plano da Parede JD JG e VP

Na modelação dos ensaios analisados anteriormente JD JG e VP, utilizaram-se quatro características diferentes dos materiais (Attard F; Attard G; Sutcliffe; Lourenço), retiradas de diversos autores para as modelações numéricas. As características apresentadas apenas diferem ao nível das propriedades do tijolo, existindo uma concordância geral entre os autores, relativamente às propriedades da argamassa. Através da análise dos resultados verifica-se, de um modo geral, que a propriedade Attard F é a que melhor se aproxima das cargas de colapso experimentais. As características de Attard F permitem que ocorra uma fractura mista (argamassa e tijolo). Ao permitirem a fractura do tijolo, consegue descrever um bom comportamento da parede de alvenaria, ao nível da carga de colapso. No estudo realizado por Attard *et al.* [4] é também verificado que, entre a propriedade "F" e "G", a que melhor descreve o comportamento da parede de alvenaria, nos seus ensaios, é a "F".

Conclui-se que as propriedades do tijolo têm um papel activo, controlando a possibilidade de ocorrer ruptura local, influenciando a carga de colapso final. Esta importância das propriedades do tijolo é realçada num estudo paramétrico feito por Sutcliffe [30], onde este verifica que os parâmetros mais significantes são a coesão (c) e a inclinação da trancatura de compressão (não utilizada no presente estudo). No entanto, verifica-se também que as propriedades do tijolo são mais significativas quando este se encontra mais solicitado, ou seja, quando a parede está sujeita a uma maior carga axial. No caso da ruptura ocorrer predominantemente pela argamassa, como no caso J4D J5D e JG, as propriedades do tijolo não vão ser significativas relativamente ao valor da carga de colapso.

A estimativa da carga de colapso mais afastada, de um modo geral, é obtida com as propriedades Lourenço, relembra-se que estas foram obtidas traçando a envolvente de ruptura no círculo de *Mohr*. As propriedades obtidas para o tijolo, directamente do círculo de *Mohr*, são demasiado resistentes, como foi verificado. Isto, em parte, deve-se à escassa informação habitualmente fornecida pela comunidade científica, responsável pelos ensaios experimentais, que não fornecendo todas as informações necessárias, obriga a que tenham que se fazer aproximações, que nem sempre são as mais adequadas.

Apesar de não ser possível utilizar no decorrente trabalho critérios de cedência com truncaturas, devido ao facto do software *SUBLIM3d* ainda não ter essa funcionalidade implementada tridimensionalmente. No entanto, refere-se que seria interessante aplicar, no caso de Lourenço, um critério *Mohr-Coulomb* modificado (bilinear), ou seja definido por dois ramos, como no exemplo 4.7(a). Para a sua construção seria útil conhecer os resultados de um ensaio de corte puro do tijolo. Deste modo, acredita-se que se obteriam melhores resultados.

Frisa-se novamente que o mecanismo de colapso utilizado neste trabalho é o critério *Mohr-Coulomb*, não havendo qualquer tipo de truncatura. Este facto tem que ser levado em consideração, visto terem-se utilizado propriedades dos materiais, defendidas pelos autores, mas não se terem utilizado as truncaturas por vezes definidas pelos mesmos. Acredita-se que, com as propriedades defendidas pelos autores, utilizando uma ajustada truncatura, ter-se-iam obtido valores de colapso mais aproximados dos experimentais, mas relembra-se que esse não era o foco deste trabalho e ainda não se encontra implantada essa possibilidade no software utilizado *SUBLIM3d*.

Tabela 5.9: Cargas de colapso obtidas numericamente com a propriedade Attard F para os diferentes ensaios. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental

Ensaio	Carga de colapso experimental (kN)	Carga de colapso Attard F (kN)	Erro (%)
J4D/J5D	50	46.6	-6.7
J6D	73	76.3	4.6
J7D	98.5	73.8	-25.1
J2G	45	38.1	-15.3
J3G	37		3.0
VP	109.2	107.1	-1.9

Como é possível observar na tabela 5.9, as aproximações de carga de colapso, obtidas com a propriedade Attard F, são capazes de fornecer resultados precisos, de um modo geral, para todos os ensaios. No ensaio J7D é o caso onde se obteve uma previsão da carga de colapso mais distante. Este facto, como foi referido anteriormente, ocorre provavelmente por este ser o ensaio com maior carga axial, o que leva a que a aproximação, em relação à dilatação, seja mais relevante. Visto que, em todo o estudo se adopta a lei do fluxo associada, considerando-se $\psi = \phi$, esta

aproximação torna-se mais significativa no ensaio J7D, pois é sabido que à medida que a carga axial aumenta a dilatação tende para zero, demonstrado em 2.5. No ensaio J2G, como foi referido anteriormente, considera-se a hipótese de haver uma sobrevalorização da resistência da parede, conduzindo a que se verifique um maior afastamento relativamente à carga de colapso numérica.

5.6 Ensaio colapso fora do plano FP

O ensaio de colapso fora do plano é um tipo de ensaio relativamente diferente dos ensaios anteriormente estudados. Neste ensaio, a força é aplicada segundo o eixo de menor inércia da parede. Esta força vai ser aplicada com a ajuda de um mecanismo, constituído por um air-bag, que aplica uma força incremental até ao colapso da parede. Foram modelados três tipos de paredes de alvenaria, com condições de apoio diferentes, e comparados com os respectivos resultados experimentais da carga de colapso obtidos por Liang [15]. Os resultados encontram-se sintetizados na tabela 5.10 e ilustrados graficamente na figura 5.13. Optou-se por utilizar a mesma identificação que o autor dos ensaios, "Wall" e seguido o número do ensaio.

Tabela 5.10: Cargas de colapso obtidas para os diferentes ensaios. Modelações numéricas com propriedades dos materiais de Milani [24]. O sinal do erro significa a posição em que se encontra a carga de colapso numérica: (-) abaixo do valor experimental; (+) acima do valor experimental

Parede nº	Condições de apoio	Colapso Experimental (kN/m^2)	Colapso Numérico (kN/m^2)	Erro (%)
Wall 8	4 lados simplesmente apoiados	25.0	31.5	26.0
Wall 12		31.8		-0.9
Wall 9	3 lados simplesmente apoiados; bordo superior superior livre	23.5	22.5	-4.3
Wall 13		27.8		-19.1
Wall 10	3 lados simplesmente apoiados; bordo lateral livre	12.2	13.8	13.1
Wall 11		11.9		16.0

Para cada tipo de parede de alvenaria foram realizados dois ensaios experimentais, servindo estes como base de comparação para a carga de colapso obtida numericamente. Este tipo de ensaios experimentais, com solicitação fora do plano, são pouco usuais entre a comunidade científica experimental, pois requerem um tipo de equipamento mais exigente que os solicitados no plano. Associadamente menos modelações numéricas foram feitas neste campo de ensaio. A este facto acrescenta-se também a necessidade de este ensaio requerer uma modelação tridimensional (3D), o que ainda se encontra subdesenvolvido comparativamente com o estudo existente com modelações bidimensionais (2D). Estes factores conduzem a que exista uma dificuldade acrescida na obtenção de propriedades dos materiais. Assim, devido à escassez de ensaios e modelações existentes, utilizou-se apenas um tipo de propriedades dos materiais para as modelações numéricas. As propriedades usadas na modelação numérica, tal como foi referido no subcapítulo 4.4.2, foram estudados por Milani [24].

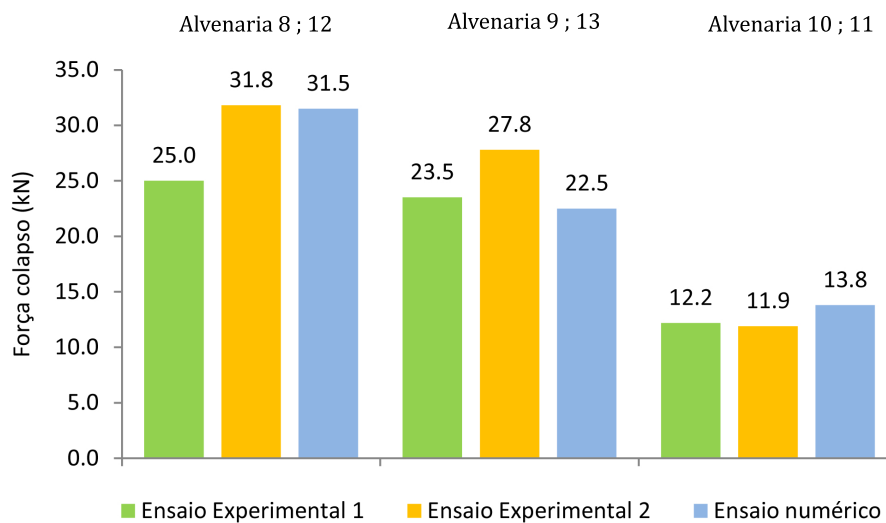


Figura 5.13: Gráfico das cargas de colapso obtidas no ensaio fora de plano FP

Atendendo ao facto de existir um variado leque de factores, que influenciam a resistência das paredes de alvenaria tais como, propriedades dos materiais, dimensão das juntas, mão-de-obra, cura e idade, o que torna difícil fazer uma previsão exacta da carga de colapso. Mesmo experimentalmente, executando cuidadosos ensaios com a preocupação de reduzir ao máximo as diferenças entre as paredes de alvenaria, obtêm-se variações entre as cargas de colapso experimentais até aos 27.2 %, entre duas paredes de alvenaria semelhantes. Ainda existe um factor adicional a ter em conta que é a possibilidade de existirem erros associados às medições. No entanto, perante estes factores considera-se que existe uma boa concordância entre as cargas de colapso numéricas e experimentais, como se pode verificar na tabela 5.10.

Nos ensaios experimentais foi registado, através de fotos recolhidas por Liang [15], o estado de deformação da parede de alvenaria no limiar do colapso. Através dessas fotos é possível ter uma percepção do mecanismo de colapso formado na parede. Analisando a dissipação dos modelos numéricos é possível observar um mecanismo de colapso semelhante, verificando que os modelos utilizados descrevem eficientemente o comportamento das paredes ensaiadas experimentalmente. Desta forma, conclui-se que foi efectuada uma eficiente modelação e utilizados valores ajustados de resistência dos materiais da alvenaria. O mecanismo de colapso dos modelos e as respectivas fotos dos ensaios são apresentados em seguida.

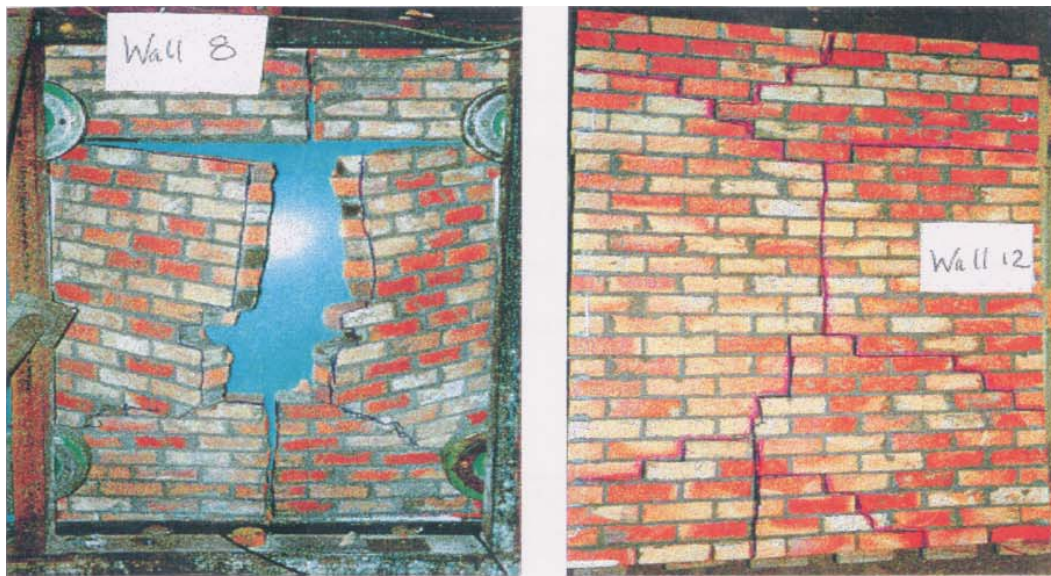


Figura 5.14: Ensaio experimental das paredes Wall 8 e Wall 12. Retirado de [15]

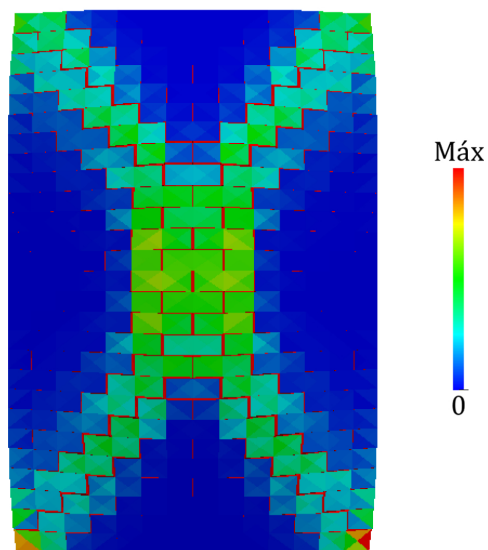


Figura 5.15: Dissipação do modelo numérico com 4 lados simplesmente apoiados. Modelação correspondente a Wall 8 e Wall 12



Figura 5.16: Ensaio experimental das paredes Wall 9 e Wall 13. Retirado de [15]

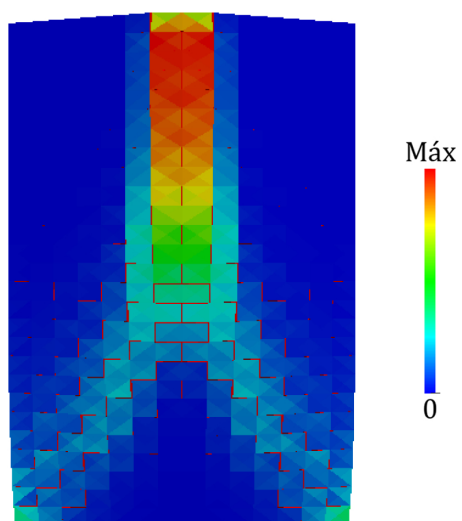


Figura 5.17: Dissipação do modelo numérico com 3 lados simplesmente apoiados, bordo superior livre. Modelação correspondente a Wall 9 e Wall 13



Figura 5.18: Ensaio experimental das paredes Wall 10 e Wall 11. Retirado de [15]

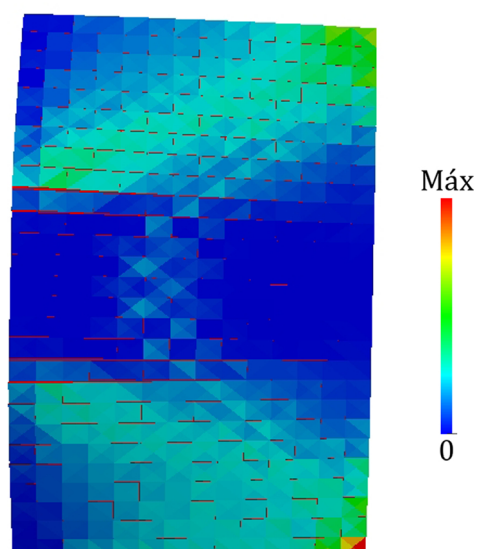


Figura 5.19: Dissipação do modelo numérico com 3 lados simplesmente apoiados, bordo lateral livre. Modelação correspondente a Wall 10 e Wall 11

Capítulo 6

Conclusões e Desenvolvimentos futuros

O presente trabalho pretende contribuir para melhorar o conhecimento de estruturas de alvenaria, através do uso de métodos numéricos sofisticados. Assim, através da descrição de vários ensaios experimentais em paredes de alvenaria, desenvolveram-se várias modelações tridimensionais (3D), desses mesmos ensaios. Para tal, recorre-se então à interface gráfica do software comercial *ANSYS*, para a construção dos modelos. Em seguida, determina-se a carga de colapso, com recurso ao software *SUBLIM3d* (desenvolvido por [29]), que tem por base a formulação do teorema cinemático da análise limite. Esta determinação da carga de colapso numérica, comparando-a com a carga de colapso experimental, é o principal objectivo deste trabalho. Auxiliarmente é utilizado o software *ParaView*, para análise da dissipação nos modelos numéricos.

Para a modelação dos ensaios, recorre-se a uma micro-modelação simplificada que engloba os principais modos de ruptura. Adopta-se o critério de cedência *Mohr-Coulomb* para ambos os constituintes da alvenaria (tijolo e argamassa). Duas suposições básicas são feitas neste trabalho, considera-se o material com comportamento perfeitamente plástico e com a lei do fluxo associada. Com os resultados conseguidos, ao longo do trabalho, verifica-se que as suposições utilizadas não comprometem a obtenção de boas aproximações numéricas.

A utilização de uma modelação tridimensional (3D) permitiu determinar numericamente as cargas de colapso, em três ensaios no plano e um ensaio fora do plano (ensaio impossível em 2D), possibilitando a comparação dos valores de colapso numéricos com os experimentais, sendo estes últimos retirados da literatura.

Os ensaios no plano (JD JG e VP), são modelados utilizando quatro propriedades diferentes dos materiais. Estas são obtidas com base em estudos efectuados por três autores distintos, Lourenço [18], Sutcliffe *et al.* [30] e Attard *et al.* [4]. No entanto, há que ter em consideração que apenas as propriedades plásticas c e ϕ foram retiradas das propostas dos autores, por vezes com algumas adaptações, visto que as truncaturas por estes utilizadas não são reproduzidas neste trabalho.

Com base nos resultados verifica-se que utilizando a propriedade Attard F, obtêm-se boas aproximações entre a carga de colapso numérica e experimental, destacando-se esta das restantes propriedades. A discrepância entre Attard F e as restantes propriedades torna-se mais evidente quanto maior é a carga axial aplicada na parede. Através da análise dos resultados das cargas de colapso e da dissipação, verifica-se que as restantes propriedades têm uma resistência sobrevalorizada do tijolo. Concluindo-se assim, que a resistência do tijolo desempenha um papel fundamental na ruptura da alvenaria. Desta forma, para estimar correctamente a carga de colapso da parede, é necessário, geralmente, que ocorra uma fractura mista, ou seja, no tijolo e na argamassa. No entanto, se na modelação a fractura do tijolo não ocorrer ou for insuficiente, verifica-se um aumento da capacidade resistente da parede e consequentemente um aumento da carga de colapso. É de notar que o papel das propriedades do tijolo é mais representativo à medida que aumenta a carga axial na parede, ou seja, à medida que o tijolo está a ser mais solicitado, ocorrendo uma maior ruptura ao nível deste. Todavia, se a parede estiver pouco confinada, obtêm-se valores de carga de colapso semelhantes para todos os tipos de propriedades estudadas, devido ao facto da ruptura ocorrer predominantemente pela argamassa (escorregamento).

No caso específico da modelação da viga parede, sendo este o ensaio onde existe uma maior solicitação do tijolo e consequentemente uma ruptura maioritária no mesmo, procedeu-se a um refinamento da malha. Refinou-se a malha inicial quatro vezes e seis vezes, refinamento (4x) e refinamento(6x) respectivamente. Uma vez que se está perante uma análise limite, com base no teorema cinemático, os valores de refinamento, (4x) e (6x), obtidos, são inferiores aos iniciais. Assim sendo, à medida que o refinamento aumenta, os valores de carga de colapso diminuem, de forma a se

aproximarem da solução exacta, como seria esperado, visto estar-se perante aproximações superiores da solução. A variação entre os valores não é muito significativa, contudo verifica-se que existe uma maior variação do valor da carga de colapso, com um refinamento, se a ruptura ocorrer maioritariamente pelo tijolo, ou seja, com propriedades menos resistentes (Attard F). Como referido, a ordem de grandeza dos valores obtidos com um refinamento da malha não oscila significativamente, e, além disso, à medida que o refinamento da malha aumenta a diferença entre os valores obtidos diminui, tendendo estes para um valor limite. Relativamente ao mecanismo de colapso observado, verifica-se que se mantém semelhante, ficando este apenas mais delimitado com o refinamento. No entanto, o tempo de processamento para a obtenção dos valores da carga de colapso aumenta significativamente em relação à malha originalmente definida, sendo 8 vezes superior e 12 vezes superior para o refinamento (4x) e o refinamento (6x) respectivamente. Os valores obtidos para a malha inicial já são fiáveis, contudo cabe ao utilizador conciliar um compromisso entre a fiabilidade e o tempo de resposta da solução.

Nos ensaios fora do plano modelaram-se três paredes de alvenaria com condições de apoio diferentes. Neste caso, foram utilizadas unicamente as propriedades dos materiais preconizadas por Milani [24], visto existir uma escassez de ensaios experimentais e de modelações deste tipo, o que conduziu a uma dificuldade acrescida na obtenção de informação sobre os materiais. Todavia, obteve-se boa concordância entre as cargas de colapso numéricas e experimentais. Além disso, verifica-se ainda uma boa concordância entre os mecanismos de colapso obtidos numericamente e experimentalmente, sendo estes últimos observados através de fotografias retiradas às paredes no limiar do colapso. Conclui-se, portanto, que existe uma eficiente modelação destas paredes.

Neste trabalho, através dos resultados obtidos numericamente e comparando-os com os resultados experimentais obtidos na literatura, verifica-se que o uso de uma modelação tridimensional (3D), aliado à aplicação da análise limite (teorema cinemático), é uma boa ferramenta para estimar uma eficiente carga de colapso numa parede de alvenaria, quando esta é solicitada no plano e fora do plano.

6.1 Desenvolvimentos futuros

Para finalizar este trabalho, enuncia-se um conjunto de assuntos que se consideram interessantes a serem desenvolvidos e que podem vir a resultar em trabalhos futuros.

Efectuar uma micro modelação detalhada dos ensaios experimentais, possibilitando comparar a melhoria na precisão dos resultados numéricos e o custo computacional agregado.

Efectivamente, apesar dos bons resultados obtidos, considera-se que seria bastante interessante desenvolver o software de cálculo *SUBLIM3d* implementando:

- a possibilidade de usar truncaturas no critério de ruptura tridimensionalmente (3D). Acredita-se assim numa capacidade de aproximação mais eficiente da carga de colapso para alguns casos.
- o teorema estático (teorema da região inferior) para comparação com os resultados obtidos pelo teorema cinemático (teorema da região superior).

Aumentar o leque de uso do software de calculo *SUBLIM3d* para o estudo de diversas estruturas de alvenaria:

- Edifícios antigos com paredes de alvenaria resistente
- Pontes em arco de alvenaria de pedra
- Catedrais
- Túneis antigos em alvenaria

Bibliografia

- [1] *Software ANSYS versão 11.0*, <<http://www.ansys.com/>> visitado a 4 de Março de 2011.
- [2] *Software Sublim3D*, <<http://www.dec.fct.unl.pt/projectos/SUBLIM3d/>> visitado a 24 de Março de 2011.
- [3] *CEN:Eurocode 6 : Design of Masonry Structures - Part 1-1: Common rules for reinforced and unreinforced masonry structures*, Outubro 2001.
- [4] M. M. Attard, K. Chaimoon e A. Nappi: *Fracture of Unreinforced Masonry Walls under Shear*. In Z.H. Yao, M. W. Yuan e W. X. Zhong (editores): *Computational Mechanics - Proceedings of the 6th World Congress on Computational Mechanics (WCCM VI) in conjunction with 2nd Asian-Pacific Congress on Computational Mechanics (APCOM'04)*, páginas 199–204, Beijing, China, 5-10 September 2004. Tsinghua University Press & Springer-Verlag.
- [5] L. Binda, C. Tiraboschi, G. R. Mirabella, G. Baronio e G. Cardani: *Measuring masonry material properties: detailed results from an extensive experimental research, Part I: Tests on masonry components*. Relatório Técnico 5.1, Politecnico di Milano, 1996.
- [6] L. Binda, C. Tiraboschi, G. R. Mirabella, G. Baronio e G. Cardani: *Measuring masonry material properties: detailed results from an extensive experimental research, Part II: Tests on masonry specimens*. Relatório Técnico 5.1, Politecnico di Milano, 1996.
- [7] D.V. de Castro Oliveira: *Experimental and numerical analysis of blocky masonry structures under cyclic loading*. Tese de Doutoramento, Universidade do Minho, 2003.

- [8] J. Chakrabarty: *Theory of Plasticity*. McGraw-Hill - New York, 1987.
- [9] N. M. da Costa Guerra: *Acetatos de Análise de Estruturas Geotécnicas*. Universidade Nova de Lisboa - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil.
- [10] CUR: *Structural masonry: a experimental/numerical basis for practical design rules (in Dutch)*. Relatório Técnico 171, Gouda, The Netherlands, 1994.
- [11] R. O. Davis e A. P. S. Selvadurai: *Plasticity and Geomechanics*. Cambridge University Press, 2002.
- [12] N. A. Martins Deusdado: *Cargas de Colapso de Sistemas de Alvenaria*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade Nova de Lisboa, 2011.
- [13] Instituto Superior Tecnico: *Acetatos Teoria da Plasticidade*, <<https://dspace.ist.utl.pt/>> visitado a 12 de Junho de 2011.
- [14] R. M. N. Jorge e L. M. J. S. Dinis: *Teoria da Plasticidade*. Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2004/2005.
- [15] N. G. Chee Liang: *Experimental and theoretical investigation of the behavior of brickwork cladding panel subjected to lateral loading*. Tese de Doutoramento, University of Edinburgh, Julho 1996.
- [16] H. R. Lofti e P. B. Shing: *Interface model applied to fracture of masonry structures*. Journal of Structural Engineering (ASCE), 120(4747):63–82, Janeiro 1994.
- [17] P. J. B. B. Lourenço: *Analysis Of Masonry Structures With Interface Elements*. Computational Mechanics, páginas 1–34, 1994.
- [18] P. J. B. B. Lourenço: *Computational Strategies For Masonry Structures*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Fevereiro 1996.
- [19] P. J. B. B. Lourenço: *Um micro-modelo para a análise de estruturas de alvenaria*. Engenharia Civil, 3(3):15–28, 1996.
- [20] P. J. B. B. Lourenço: *Avanços Recentes na Modelação de Estruturas de Alvenaria*. Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas, páginas 27–32, 1998.

- [21] P. J. B. B. Lourenço e J. G. Rots: *Multisurface Interface Model For Analysis Of Masonry Structures*. Journal of Engineering Mechanics (ASCE), 123(10403):660–668, Julho 1997.
- [22] J. Lubliner: *Plasticity Theory*. Macmillan Publishing Company, New York, 1990.
- [23] L. Macorini e B. A. Izzuddin: *A non-linear interface element for 3D meso-scale analysis of brick-masonry structures*. International Journal For Numerical Methods In Engineering, 85:1584–1608, 2010.
- [24] G. Milani: *3D upper bound limit analysis of multi-leaf masonry walls*. International Journal of Mechanical Science, 50:817–836, Novembro 2007.
- [25] A. W. Page: *Finite Element Model For Masonry*. Journal of the Structural Division, 104(8):1267–1285, Agosto 1978.
- [26] P. R. Zanella Pasquali: *Análise Limite de Estruturas Através de uma Formulação em Elasticidade Não-Linear*. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008.
- [27] T. M. J. Raijmakers e A. T. Vermeltfoort: *Deformation controlled tests in masonry shear walls (in Dutch)*. Relatório Técnico B-92-1156, Delft, The Netherlands, 1992.
- [28] P. Schubert: *The influence of mortar on the strength of masonry*. Elsevier Applied Science, páginas 162–174, 1988.
- [29] M. J. Vicente da Silva: *Implementação Numérica Tridimensional do Teorema Cinemático da Análise Limite*. Tese de Doutorado, Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade Nova de Lisboa, 2009.
- [30] D. J. Sutcliffe, H. S. Yu e A. W. Page: *Lower bound limit analysis of unreinforced masonry shear walls*. Department of civil, surveying and Environmental Engineering, The university of Newcastle, 79:1295–1312, Março 2001.
- [31] A. T. Vermeltfoort: *Brick-mortar interaction in masonry under compression*. Tese de Doutorado, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, the Netherlands, 2005.

- [32] A.Th. Vermeltfoort e T. M. J. Raijmakers: *Deformation controlled tests in masonry shear walls, Part 2 (in Dutch)*. Relatório Técnico TUE/BKO/93.08, Eindhoven University of Technology, The Netherlands, 1993.